Προβλήματα θετικών επιστημών στα εκθέματα των Μουσείων Τεχνολογίας

Η εκπαιδευτική επίσκεψη στο Μουσείο Τεχνολογίας & Επιστήμης επιστρέφει στο σχολείο

Ερευνητική Εργασία Α1 Λυκείου Πρότυπο Γενικό Λύκειο Ευαγγελικής Σχολής Σμύρνης

Αγγελόπουλος Διονύσιος, Αγωγιάτης Δημήτριος, Αποστολάκος Παναγιώτης, Βακάλης Αλέξανδρος, Βασιλείου Νεκτάριος, Βελή Δανάη, Βέλης Γεώργιος, Βεργαδής Χαράλαμπος, Βλάχος Ιωάννης, Βλάχος Παναγιώτης, Γιάνναρη Σοφία, Γιαννουλάτου Μαρία, Δαρλής Αντώνιος, Δαφέρμου Μαρία, Δέλλιου Αλεξάνδρα, Διαμαντής Θεόδωρος, Διονυσόπουλος Αριστείδης, Δοντάς Ιωάννης, Δριμή Άννα, Δίπλα Δέσποινα, Εμμανουήλ Δημήτριος, Ζιώγα Βασιλική, Ζώρα Γεωργία, Ηλιοπούλου-Τσιμαράτου Ανδριάνα, Θεοδωράκη Ευθαλία, Καζαντζόπουλος Κωνσταντίνος, Καραογλάνης Ιγνάτιος.

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Αργύρη Παναγιώτα, Μαθηματικός.

Ρολόι του Κτησιβίου

Είστε στην Αρχαία Αθήνα και παρατηρείτε το προσφάτως κατασκευασμένο ρολόι του Κτησιβίου. Ωστόσο, αμφιβάλλετε για την αποτελεσματικότητά του (όντας μαθηματικός υψηλής νοημοσύνης). Γνωρίζετε πως για να λειτουργήσει το μηχάνημα, πρέπει να το γεμίσουμε με συγκεκριμένη ποσότητα νερού, το οποίο καθώς κινείται μέσα στο εσωτερικό του, επιτυγχάνει την περιστροφή ενός κυλίνδρου με κυκλική βάση κατά 360^o στη διάρκεια ενός έτους. Βλέπετε πως το σύστημα, λόγω βλάβης, έχει απώλεια 5 σταγόνων νερού των 0,2 ml ανά 2 μέρες. Ξέρετε πως μια δεδομένη στιγμή, το μηχάνημα πρέπει να περιέχει συνολικά 4 λίτρα νερού.

Αν έχουν μείνει στο σύστημα 2,5 λίτρα νερού και το έχουμε τροφοδοτήσει την πρώτη στιγμή ενός νέου έτους (00:00, 1η Ιανουαρίου), ποια είναι η ημερομηνία, ποια η ώρα, κατά πόσες μοίρες έχει περιστραφεί ο κύλινδρος και πότε θα πρέπει να ξαναγεμίσουμε το μηχάνημα (απάντηση με βάση το Γρηγοριανό ημερολόγιο); Δεδομένο πως κάθε έτος αποτελείται από 12 μήνες των 30 ημερών.

Λύση: Εφόσον έχουν μείνει στο σύστημα 2,5 λίτρα νερού, σημαίνει πως έχουν χαθεί $4 - 2{,}5 = 1{,}5$ λίτρα νερού, που ισοδυναμούν με $1{,}5 \cdot 1000 = 1500\,ml$. Για να βρούμε πόσα ml νερού χάνονται σε 2 μέρες, κάνουμε 5 · 0,2 = 1 ml, άρα χάνονται την ημέρα $\frac{1}{2} = 0{,}5\,ml$ νερού. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των τριών, μπορούμε να βρούμε σε πόσες μέρες χάνονται τα 1500 ml νερού:

σε 1 μέρα χάνονται 0,5 ml νερού

σε α μέρες χάνονται 1500 ml νερού =>

$$\alpha \cdot 0{,}5 = 1 \cdot 1500 => \alpha = \frac{1500}{0{,}5} => \alpha = 3000.$$

Άρα χρειάζονται 3000 μέρες για να χαθούν 1500 ml νερού.

Αρχικά, παρατηρούμε πως έχουμε ακέραιο πολλαπλάσιο ημερών, άρα η ώρα είναι 00:00. Στη συνέχεια, θα διαιρέσουμε Ευκλείδεια τις 3000 μέρες με το πλήθος ημερών ανά μήνα. Το πηλίκο της διαίρεσης αντιστοιχεί στον αριθμό μηνών που ισοδυναμούν οι 3000 μέρες, ενώ το υπόλοιπο δείχνει κατά πόσες μέρες από την αρχή του μήνα "προχώρησε" το ρολόι:

$\frac{3000}{30}$ = 100, υπόλοιπο 0.

Άρα έχουν περάσει 100 μήνες και η μέρα είναι η 1η $(1 + 0 = 1)$

Ομοίως, θα διαιρέσουμε Ευκλείδεια τους 100 μήνες με το πλήθος μηνών ανά έτος, για να βρούμε σε πόσα έτη αντιστοιχούν οι 100 μήνες και κατά πόσους μήνες έχει "προχωρήσει" το ρολόι:

$\frac{100}{12}$= 8, υπόλοιπο 4.

Άρα έχουν περάσει 8 χρόνια και ο μήνας είναι ο 5ος, δηλαδή ο Μάιος $(1 + 4 = 5)$.

Συνεπώς, η ώρα και η ημερομηνία είναι 00:00, 1η Μαΐου, 8 χρόνια μετά την αρχική τροφοδότηση του μηχανήματος.

Ξέρουμε πως το έτος αποτελείται από $12 \cdot 30 = 360$ μέρες, και πως το ρολόι περιστρέφεται κατά 360°. Οπότε, υπάρχει άμεση αντιστοιχία μερών και μοιρών. Άρα, το ρολόι έχει περιστραφεί κατά 3000°.

Για να βρούμε πότε θα πρέπει να ξαναγεμίσουμε το μηχάνημα, θα επαναλάβουμε ό,τι και στην αρχή. Πρώτα, θα βρούμε σε πόσες μέρες θα χαθούν τα 4 λίτρα νερού, δηλαδή $4 \cdot 1000 = 4000\ ml$, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των τριών:

σε 1 μέρες χάνονται 0,5 ml νερού

σε β μέρες χάνονται 4000 ml νερού =>

$$\beta \cdot 0{,}5 = 1 \cdot 4000 => \beta = \frac{4000}{0{,}5} => \beta = 8000.$$

Άρα χρειάζονται 8000 μέρες για να χαθούν 4000 ml νερού.

=> Η ώρα θα είναι 00:00.

Για να βρούμε:

- πόσοι μήνες θα έχουν περάσει και ποια μέρα θα είναι: $\frac{8000}{30} = 266$, υπόλοιπο 2.

=> Η μέρα θα είναι η 2η.

- πόσα χρόνια θα έχουν περάσει και ποιος μήνας θα είναι: 266 / 12 = 22, υπόλοιπο 2.

=> Ο μήνας θα είναι ο 2ος, δηλαδή ο Φεβρουάριος.

Συνεπώς, θα πρέπει να ξαναγεμίσουμε το μηχάνημα στις 00:00, 2 Φεβρουαρίου, 22 χρόνια μετά την αρχική τροφοδότησή της.

Απάντηση: Η ώρα και η ημερομηνία είναι 00:00, 1η Μαΐου, 8 χρόνια μετά την αρχική τροφοδότηση του μηχανήματος. Θα πρέπει να ξαναγεμίσουμε το μηχάνημα στις 00:00, 2 Φεβρουαρίου, 22 χρόνια μετά την αρχική τροφοδότησή της.

Παράθεμα

Το υδραυλικό ωρολόγιο του Κτησιβίου (ένα θαύμα του αυτοματισμού με συνεχή λειτουργία χωρίς ανθρώπινη παρέμβαση)

Πρόκειται για ένα θαύμα του αυτοματισμού, αφού το ρολόι αυτό μπορούσε να λειτουργεί αδιάκοπα, χωρίς ανθρώπινη παρέμβαση, υποδεικνύοντας τα 365 διαφορετικά ωράρια του έτους. Το νερό μιας πηγής τροφοδοτούσε μέσω ενός υπερχειλιστή το ανώτερο μπρούντζινο δοχείο. Αυτό με τη σειρά του τροφοδοτούσε το μικρότερο ενδιάμεσο δοχείο που αποτελούσε έναν ελεγκτή σταθερής στάθμης με ένα σύστημα κωνικής βαλβίδας διακοπής της ροής πάνω σε πλωτήρα που περιείχε. Τότε ένας σταλάκτης τροφοδοτούσε σταγόνα σταγόνα το υψίκορμο μπρούντζινο δοχείο με σταθερή παροχή νερού. Με την άνοδο της στάθμης του νερού σε αυτό, ένας πλωτήρας ανα-σηκωνόταν και μέσω μιας ράβδου ανυψωνόταν ισόχρονα ένα αγαλμα-τίδιο με δείκτη. Ο δείκτης υποδείκνυε την ώρα του 24ώρου σε ένα περιστρεφόμενο τύμπανο που περιείχε το διάγραμμα των ωρών της ημέρας και της νύκτας ανάλογα με την ημερομηνία. Στο τέλος του 24ώρου το νερό ξεπερνούσε το ενσωματωμένο παράπλευρο σιφόνι και άδειαζε ταχύτατα. Με την κάθοδο του πλωτήρα ενεργοποιούνταν ένα ευφυές σύστημα μετάδοσης κίνησης με σχέση 1 προς 365 (που αποτελούνταν από έναν οδοντωτό κανόνα, ένα επίσχεστρο, δύο οδοντωτούς τροχούς και έναν ατέρμονα κοχλία) το οποίο εξασφάλιζε την περιστροφή του βαθμο-νομημένου τυμπάνου κατά το ένα τριακοσιοστό εξηκοστό πέμπτο της περιφέρειάς του ώστε ο δείκτης του αγαλματιδίου να υποδεικνύει πλέον με ακρίβεια το ωράριο της επόμενης ημέρας.

<u>Οι εφευρέσεις του Αρχιμήδη</u>

Βρισκόμαστε στα μέσα του 3^{ου} αιώνα π.Χ. στη πολιορκία των Συρακουσών από τους Ρωμαίους. Ο Αρχιμίδης αναλαμβάνει την υπεράσπηση της πόλης. Στη πολιορκία αυτή χρησιμοποίησαν τρεις από τις εφευρέσεις τους , την **«<<σιδηρά χειρ» ,**

τον <<λιθοβόλο γερανό>>

και <ατμοτηλεβόλο>>

- Ο αντίπαλος αποτελείται **από 600 πλοία** , τους γνωστούς ρωμαικούς πεντικοντόρους.
- Καθώς η πόλη διαθέτει ελάχιστους στρατιώτες , αρκεί να περάσουν 10 πλοία στο λιμάνι για να πέσει.
- Τα τείχη χωράνε στο σύνολο 20 μηχανές και η πόλη διαθέτει στα τείχη 60 στρατιώτες.
- Για να λειτουργήσουν την **«σιδηρά χειρ»** χρειάζονται 4 άτομα , για το **«ατμοτηλεβόλο»** 2 άτομα και για το **«λιθοβόλο γερανό»** 3 άτομα.
- Το πρώτο καταστρέφει 6 πλοία την ώρα , το δεύτερο 2 πλοία την ώρα από τη στιγμή που αποκτά την κατάλληλη θερμοκρασία (1 ώρα) και το τρίτο 10 πλοία την ώρα.
- Όμως η πόλη διαθέτει μόνο 50 λίθους για τον κάθε γερανό που σημαίνει ότι μπορεί να βυθίσει 50 πλοία στο σύνολο .

Θα καταφέρει η πόλη να αντισταθεί στην εισβολή των ρωμαίων για 6 ώρες μέχρι να έρθουν οι ενισχύσεις των συμμάχων ; Να βρείτε τον καλύτερο δυνατό συνδυασμό

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

<<σιδηρά χειρ>>

Εντυπωσιακή αμυντική πολεμική μηχανή που επινόησε ο Αρχιμήδης για την αντιμετώπιση των ρωμαϊκών πεντηκοντόρων στην πολιορκία των Συρακουσών. Αποτελούνταν από μία μακριά αρθρωτή δοκό που στηριζόταν σε μια περιστρεφόμενη κατακόρυφη δοκό ή πλατφόρμα. Στο ένα άκρο της η δοκός έφερε μία αρπάγη («σιδηρά χειρ») που αιωρείτο μέσω αλυσίδας και στο άλλο άκρο της ένα ολισθαίνον αντίβαρο. Η μηχανή σε ηρεμία ήταν τοποθετημένη κατά μήκος του τείχους σε οριζόντια θέση (ώστε να μην είναι ορατή από τη θάλασσα) τανυσμένη και ασφαλισμένη μέσω σχοινιού και χειροκίνητου βαρούλκου (για την εξισορρόπηση του αντιβάρου). Όταν ένα σκάφος πλησίαζε το τείχος οι χειριστές έριχναν την αρπάγη εναντίον του και περιστρέφανε την κατακόρυφη δοκό (μέσω οριζόντιων χειρομοχλών). Όταν η αρπάγη προσκολλιόταν πάνω στο σκάφος οι χειριστές με το τράβηγμα μιας ειδικής λαβής («κατακλείς») απελευθέρωναν το σχοινί εξισορρόπησης του αντιβάρου και το άκρο της δοκού που έφερε το αντίβαρο χαμήλωνε προς το έδαφος ενώ το άκρο που έφερε την αρπάγη σηκωνόταν ανατρέποντας ή ανυψώνοντας το αγγιστρωμένο πλοίο. Με την κλίση της ράβδου το αντίβαρο ολίσθαινε προς τα πίσω εξασκώντας ακόμη μεγαλύτερη ροπή και κλίση στη δοκό. Όταν το ολισθαίνον αντίβαρο έφθανε στο τέλος της διαδρομής του και αφού σταθεροποιούνταν η δοκός οι χειριστές έκοβαν το σχοινί συγκράτησης της αλυσίδας της αρπάγης ώστε το αιωρούμενο πλοίο τσακιστεί στο νερό ή τα παρακείμενα βράχια.

ΠΗΓΕΣ: «Πολύβιος, Ιστορίαι, 8.6.1-6», «Λίβιος Τίτος, Ιστορία από κτήσεως της Ρώμης VI, 24.34.10-12», «Πλούταρχος, Βίοι Παράλληλοι (Μάρκελλος) 5, 15.2-3»

<ατμοτηλεβόλο>>

Πρόκειται για ένα κανόνι που λειτουργούσε με ατμό. Αποτελούνταν από ένα μεταλλικό κυλινδρικό λέβητα που πάνω του υπήρχε συνδεμένο με στρόφιγγα ένα κλειστό δοχείο με νερό. Ο λέβητας στο ανοικτό άκρο του είχε ενσωματωμένη μια ξύλινη κάνη στην οποία τοποθετούνταν η προς εκτόξευση λίθινη σφαίρα. Η κάνη έφρασσε με μια ξύλινη δοκό που ασφαλιζόταν με δύο αντηρίδες. Όταν ο λέβητας αποκτούσε με φωτιά την κατάλληλη θερμοκρασία, ανοιγόταν η στρόφιγγα, το νερό έπεφτε στον λέβητα, εξατμιζόταν ταχύτατα, η ξύλινη δοκός έσπαζε και η σφαίρα εκτοξευόταν. Το βεληνεκές της σφαίρας ρυθμιζόταν από την κλίση του όπλου και την επιλεγμένη αντοχή της ξύλινης δοκού. Πρώτη επανασχεδίαση του ατμοτηλεβόλου του Αρχιμήδη έγινε από τον Leonardo da Vinci.

ΠΗΓΕΣ: «Πετράρχης, Περί θεραπευτικών μέσων εκατέρας των τυχών», «Περιοδικό Europeo, ένθετο Carire Leonardo, Τρία σχεδιάσματα με σημειώσεις του Leonardo da Vinci» , «Diels, Antike Technike»

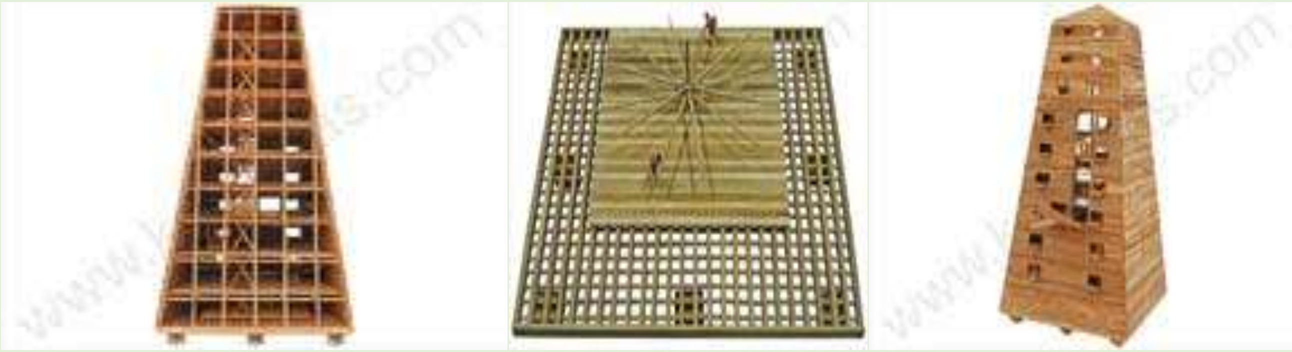
<<λιθοβόλο γερανό>

Αμυντική πολεμική μηχανή που επινόησε ο Αρχιμήδης για την αντιμετώπιση των ρωμαϊκών πεντηκοντόρων στην πολιορκία των Συρακουσών. Αποτελούνταν από μία μακριά αρθρωτή δοκό που στηριζόταν σε μια περιστρεφόμενη κατακόρυφη δοκό ή πλατφόρμα. Στο ένα άκρο της η δοκός έφερε ένα αντίβαρο και από άλλο αναρτιόταν μέσω σχοινιού το φορτίο (π.χ. ένας μεγάλος λίθος ή ένα μολύβδινο βάρος). Η μηχανή σε ηρεμία ήταν τοποθετημένη κατά μήκος του τείχους σε οριζόντια θέση (ώστε να μην είναι ορατή από τη θάλασσα) τανυσμένη και ασφαλισμένη μέσω σχοινιού και χειροκίνητου βαρούλκου (για την εξισορρόπηση του αντιβάρου). Όταν ένα σκάφος πλησίαζε το τείχος, οι χειριστές ελευθέρωναν ελεγχόμενα το βαρούλκο ώστε να ανυψωθεί ελαφρά το άκρο της δοκού και να περάσει με ασφάλεια το φορτίο από τα τείχη, περιστρέφοντας τη σταθμισμένη κατακόρυφη δοκό (μέσω οριζόντιων χειρομοχλών). Όταν το φορτίο βρισκόταν από πάνω από το πλοίο έκοβαν το σχοινί για να πέσει με σφοδρότητα στο στόχο.

ΠΗΓΕΣ: «Πολύβιος, Ιστορίαι, 8.6.1-6», «Λίβιος Τίτος, Ιστορία από κτήσεως της Ρώμης VI, 24.34. 10-12», «Πλούταρχος, Βίοι Παράλληλοι (Μάρκελλος) 5, 15.2-3»

Η πολιορκητική τεχνολογία των αρχαίων Ελλήνων:

<u>Η ελέπολις του Επιμάχου</u>



Κατά την αρχαιότητα οι διαμάχες μεταξύ των πόλεων κρατών ήταν ένα σύνηθες φαινόμενο. Μία τέτοια περίπτωση είναι και η διαμάχη Αθηναίων Ροδίων το 304 π.Χ. Τότε οι Αθηναίοι με στρατηγό τον Δημήτριο τον Πολιορκητή πολιόρκησαν την οχυρωμένη πόλη της Ρόδου.

- Συνολικά έχουν 2000 οπλίτες.
- Στην κατοχή του είχε 10 πολιορκητικούς πύργους όπως αυτοί ου Επιμάχου.
- Κάθε πύργος έχει 9 ορόφους εκ των οποίων ο καθένας χωρά 20 οπλίτες. Όμως όσο περισσότερους οπλίτες έχει ένας πύργος τόσο δυσκολότερο είναι για αυτόν να κινηθεί.
- Συγκεκριμένα κάθε οπλίτης μειώνει την ταχύτητα του πύργου κατά 0,1 μέτρα το λεπτό.
- Επιπλέον οι πολιορκημένοι με τα βέλη και τους πύργους τους μπορούν να καταστρέψουν έναν πολιορκητικό πύργο σε 20 λεπτά.
- Αν η εμβέλεια την τοξωτών και των πύργων είναι 500 μέτρα, οι πύργοι έχουν σταθερή ταχύτητα και επίσης ένας άδειος πύργος κινείται με $\upsilon = 50$ μέτρα το λεπτό.

Να υπολογίσετε το μέγιστο πλήθος οπλιτών που μπορεί να έχει ένας πύργος ώστε να καταφέρει να φτάσει στα εχθρικά τείχη και πόσοι θα μείνουν πεζοί;

Λύση:

Έστω ότι ο κάθε πύργος έχει το πολύ χ οπλίτες.

Τότε η ταχύτητα το πύργου θα είναι $50 - (0{,}5 \cdot \chi)$ μέτρα το λεπτό.

Θα πρέπει ο χρόνος που χρειάζεται ο πύργος να είναι μικρότερος από αυτόν που χρειάζονται οι τοξότες για να τον καταστρέψουν.

Τα 500 μέτρα για να φτάσουν στα τείχη τα κάνουν σε $t = \frac{\chi}{\upsilon} = \frac{500}{50 - (0{,}5 \cdot \chi)}$.

Άρα θα πρέπει t ≤ 20 άρα $\frac{500}{50 - (0{,}5 * \chi)} \leq 20$ άρα $500 \leq 1000 - 10 \cdot \chi$ άρα $10 \cdot \chi \leq 1500$ άρα $\chi \leq 150$.

Άρα η μέγιστη τιμή είναι 150 οπλίτες. Άρα συνολικά στους πύργους θα υπάρχουν $150 \cdot 10 = 1500$ οπλίτες και πεζοί θα είναι 2000 -1500 =500 οπλίτες.

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Γιγάντιος πολιορκητικός πύργος ύψους 40 περίπου μέτρων που κατασκευάστηκε από τον Επίμαχο τον Αθηναίο και χρησιμοποιήθηκε από το Δημήτριο τον Πολιορκητή στην πολιορκία της Ρόδου (304 π.Χ). Αποτελούνταν από εννέα ορόφους με παράθυρα και έφερε τεράστιους λιθοβόλους καταπέλτες στα κατώτερα πατώματα και ελαφρύτερους στα ανώτερα. Είχε δύο κλιμακοστάσια (ένα για την άνοδο και ένα για την κάθοδο του πληρώματος) και μία ανοιγόμενη ή συρόμενη γέφυρα αποβίβασης των στρατιωτών στον εχθρικό τοίχο. Η μηχανή εδραζόταν σε οκτώ συμπαγείς ρόδες, προσαρμοσμένες σε μια βάση μορφής πλέγματος («εσχάριον») με 600 περίπου ανοίγματα για την τοποθέτηση ισάριθμου προσωπικού που την ωθούσε προς το τείχος των αντιπάλων. Τα έδρανα των αξόνων των τροχών («αμαξόποδες») ήταν τοποθετημένα σε περιστρεφόμενες με μοχλούς βάσεις (τύπου Castor) επιτρέποντας την μετακίνησή της προς όλες τις κατευθύνσεις. Το εμπρόσθιο και τα πλαϊνά τοιχώματά της ήταν επενδυμένα με φύλλα σιδήρου και γεμισμένα δέρματα (με άχυρο ή πράσινα φύκια εμποτισμένα σε ξύδι) για την εξουδετέρωση των εμπρηστικών βελών και την απόσβεση του πλήγματος των εχθρικών εκτοξευόμενων λίθων.

Η μηχανή για την προώθησή της πιθανότατα διέθετε επικουρικά: α) ένα γιγάντιο χειροκίνητο βαρούλκο έλξης ενός αγκιστρωμένου στο έδαφος (κάτω από το μέτωπό της) σχοινιού (όπως η ελέπολις του Ποσειδωνίου) και β) ένα σύστημα σχοινιών προσδεμένων στο πίσω τμήμα του «εσχαρίου». Αυτά αφού διέτρεχαν αγκιστρωμένες τροχαλίες στο έδαφος (κάτω από το μέτωπό της μηχανής) έλκονταν από πολύσπαστα, προσωπικό και υποζύγια που βρίσκονταν σε ασφαλή θέση αρκετά πίσω από αυτήν. Οι ελεπόλεις ήταν εξέλιξη των μακεδονικών πύργων πολιορκίας του Πολύειδου του Θεσσαλού (για τον Φίλιππο Β') και των Διάδη και Χαρία (για τον Αλέξανδρο) και προσέφεραν τη δυνατότητα στους πολιορκητές από ασφαλή και πλεονεκτική (υψηλότερη) θέση να προσβάλλουν τα τείχη αλλά και στόχους στην πόλη πίσω από αυτά.

ΠΗΓΕΣ: «Βιτρούβιος, Περί αρχιτεκτονικής Χ», «Πλούταρχος, Βίοι Παράλληλοι, Δημήτριος», «Διόδωρος ο Σικελιώτης, Ιστορία», «Αθήναιος, Περί μηχανημάτων»

<u>ΑΝΥΨΩΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΗ</u>

Ο Αλέξανδρος και ο Πυθίας ήταν 2 αγαπημένα αδέλφια που εργάζονταν μαζί για την κατασκευή ενός νέου στάβλου στο χωράφι του πατέρα τους. Για να ολοκληρώσουν το έργο τους χρησιμοποιούν μία ανυψωτική μηχανή. Στόχος τους είναι να σηκώσουν μία πέτρα μάζας 50kg. Αν η πέτρα κινείται με επιτάχυνση $\alpha = 2\ \frac{m}{s^2}$ και η δύναμη που ασκεί ο Αλέξανδρος είναι διπλάσια από αυτή που ασκεί ο Πυθίας.

Α. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί ο καθένας τους, η ταχύτητα και η θέση τους μετά από 5s.

Β. Στο $5^{ο}$ δευτερόλεπτο σπάει το σχοινί και η πέτρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Να υπολογιστεί σε πόσο χρόνο φτάνει στο έδαφος.

Γ. Αν ο χρόνος αντίδρασης του Αλέξανδρου και του Πυθία είναι 1s, τότε θα προλάβουν να απομακρυνθούν κατά 5m αν η επιτάχυνσή τους είναι $2\frac{m}{s^2}$

Δίνεται ότι $g=10\frac{m}{s^2}$

Απάντηση:

Α. Για όλο το σύστημα ισχύει από Β’ Newton:

$$\Sigma F = m\alpha \;=>\; FA + F\Pi - w = m\alpha \;=>\; 3F\Pi = m\alpha + mg$$
$$=>\; F\Pi = 200N$$

Άρα $F_A = 2F_\Pi = 400N$

Για την ταχύτητα ισχύει $U = at \;=>\; U = 10\frac{m}{s}$

Και $\Delta x = at^2 \;=>\; x = 25m$

Β. Αφού το σώμα έχει $U = 10\frac{m}{s}$ θα κινηθεί με επιβράδυνση g=10m/s^2 μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

Έχουμε $\Delta U = gt \;=>\; 10t = 15 \;=>\; t = 1.5s$

Άρα $h = x + Ut - at^2 \;=>\; h = 40 - 11{,}25 => h = 28{,}75$

Άρα για την ελεύθερη πτώση: $h = gt^2 \;=>\; 28{,}75 = 5t^2 \;=>$ $t = 2{,}3s$

Γ. Ο Αλέξανδρος και ο Πυθίας έχουν 1,3s να μετακινηθούν κατά 5m

$$Άρα\ \Delta x' = at^2 \;=>\; \Delta x' = 1{,}3^2 \;=>\; \Delta x' = 1{,}74m$$

Άρα δεν θα προλάβουν.

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Ο «ιστός» της αποτελούνταν από δύο γιγάντια ξύλα σε σχήμα Λ. Η άρθρωσή της εξασφαλιζόταν από δύο βαθουλώματα στο έδαφος. Η σταθεροποίησή της σε διάφορες κλίσεις επιτυγχανόταν από δύο «επίτονους» (σχοινιά) που τανύονταν με πολύσπαστα και χειροκίνητα βαρούλκα έλξης.

Το φορτίο ανυψωνόταν ή καταβιβαζόταν με τη βοήθεια «τρίσπαστου» και ενός οριζόντιου άξονα, του «πηνίου», (όπου τυλιγόταν το σχοινί ανύψωσης του φορτίου) και περιστρεφόταν με τη βοήθεια κινητών μοχλοβραχιόνων (γύρω από ειδικά έδρανα, τα « χελώνια» που προσαρμόζονταν πάνω στις δοκούς του ιστού). Για την μείωση των τριβών ο άξονας έφερε εκατέρωθεν μικρούς αξονίσκους που εδράζονταν στα «χελώνια».

ΠΗΓΕΣ: «Βιτρούβιος, Περί αρχιτεκτονικής Χ»

<u>Η πυροσβεστική αντλία του Ήρωνος</u>

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Στην αρχαία Ελλάδα για το σβήσιμο των πυρκαγιών, είχαν επινοηθεί ειδικά πυροσβεστικά οχήματα. Κάποτε ξέσπασε μια φωτιά στους αγρούς και απειλούταν να καταστραφεί η σοδειά.

- Όταν έφτασαν τα πυροσβεστικά, η φωτιά κάλυπτε περιοχή 200 τμ. Κάθε 1 δευτερόλεπτο η φωτιά εξαπλωνόταν κατά 1 τμ.
- Τα πυροσβεστικά περιέχουν 100 λ. νερό και σε πλήρη ισχύ οι πυροσβέστες ρίχνουν 1 λ. το δευτερόλεπτο,
- ενώ με 1 λ. νερό σβήνεται φωτιά σε περιοχή 1,5 τμ .

Σε πόσο χρόνο, πόσα πυροσβεστικά θα χρειαστούν για να σβήσει η φωτιά και πόσα τ.μ κάηκαν ;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Βρισκόμαστε στην αρχαία Αθήνα και έχει πιάσει φωτιά ένα χωράφι στα περίχωρα της πόλης. Για να σβήσουν τη φωτιά οι κάτοικοι της πόλης θα χρησιμοποιήσουν την περίφημη πυροσβεστική αντλία του Ήρωνος.

- Το πυροσβεστικό αυτό όχημα αποτελούταν από ένα ορθογώνιο δοχείο που κινούταν με τη βοήθεια 4 τροχών και από την εμβολοφόρα αντλία συνεχούς ροής ύδατος.
- Οι διαστάσεις του δοχείου είναι $1\mu.\cdot 0{,}5\mu.\cdot 0{,}5\mu.$ και πρέπει να το γεμίσουν με νερό.

- Για να γεμίσουν το δοχείο χρησιμοποιούν μικρότερα δοχεία με χωρητικότητα 8 λ.
- Η πόλη έχει αναθέσει τη δουλειά αυτή σε 5 άντρες.
- Ο κάθε άντρας χρειάζεται 4 λεπτά για να γεμίσει το δοχείο απ την κοντινή πηγή και να το αδειάσει στο δοχείο του οχήματος.
- Το όχημα βρίσκετε στο κέντρο της πόλης και απέχει από τη φωτιά 2 χιλιόμετρα. Ακόμα το συνολικό βάρος της αντλίας είναι 300N.

i) Πόση ώρα θα χρειαστούν για να γεμίσουν την πυροσβεστική αντλία ;

ii) Αν οι άντρες ασκούν στο όχημα δύναμη 80N και η τριβή είναι 20N να βρείτε σε πόσο χρόνο θα φτάσουν στο χωράφι. Το χωράφι θέλει 3ώρες να καεί ολόκληρο. Δίπλα του βρίσκεται ένας στάβλος με ζώα. Θα προλάβουν οι άντρες να φτάσουν εκεί προτού η φωτιά φτάσει στο στάβλο;

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Πρόκειται για μια δίδυμη καταθλιπτική εμβολοφόρα αντλία συνεχούς ροής ύδατος που χρησιμοποιούνταν για πυρόσβεση και εξακολουθούσε απαράλλακτη να έχει την ίδια χρήση μέχρι πρόσφατα.

Αποτελούνταν από δύο έμβολα που παλινδρομούσανν αντίθετα με τη βοήθεια ενός αρθρωτού κοινού χειρομοχλού εντός δύο κατακόρυφων κυλινδρικών δοχείων βυθισμένων στην (πιθανότατα τροχοφόρα) υδατοδεξαμενή. Οι ανεπίστροφες βαλβίδες εισαγωγής ύδατος βρίσκονταν στον υπερυψωμένο πυθμένα των δοχείων και ανεπίστροφες βαλβίδες εξαγωγής ύδατος βρίσκονταν στη βάση των σωλήνων εξαγωγής ύδατος. Οι σωλήνες συνέκλιναν σε έναν κοινό κατακόρυφο αγωγό. Ο αγωγός στο άκρο του έφερε μια ευφυή (οριζόντια και κατακόρυφα) περιστρεφόμενη διάταξη σωληνίσκου με ακροφύσιο που επέτρεπε την ακριβή προσβολή του στόχου.

ΠΗΓΕΣ: «Ήρων ο Αλεξανδρεύς, Πνευματικά»

Παιχνίδια της αρχαιότητας

Η πόλις
(ο πρόδρομος του σκακιού)

Τρεις αρχαίοι έλληνες που πέθαναν στο Πελοποννησιακό Πόλεμο βρίσκονται στον Άδη. Επειδή δεν υπάρχουν πολλά πράγματα να κάνουν εκεί, παίζουν **το παιχνίδι πόλις** εδώ και 2,500 χρόνια.

Ο Αετίον και ο Γύλλιπος δεν έχουν παίξει ποτέ μεταξύ τους.

Αλλά έχουν παίξει ο καθένας 1000000 παιχνίδια με τον Δαμοκλή. Ο Αετίον έχει νικήσει το 56% τον παιχνιδίον ενώ ο Γύλλιπος το 84%.

Ο Γύλλιπος πάει στοίχημα με τον Αετίονα ότι θα νικούσε τουλάχιστον το 65% αν έπαιζαν.

Επειδή όμως βαριούνταν να περάσουν άλλα 1000 χρόνια παίζοντας το ίδιο παιχνίδι 1000000 φορές, αποφασίζουν να υπολογίσουν το αποτέλεσμα με μαθηματικά.

Ποιος να νικήσει το στοίχημα;

Λύση:

Παρατηρούμε ότι 84% είναι $56\% \cdot \frac{3}{2}$ οπότε ο Γ θα νικήσει τον Δ 0.5 φορές περισσότερο από ότι ο Α. Άρα αν υποθέσουμε ότι το ποσοστό θα μείνει το ίδιο ο Γ θα νικήσει τον Α 0.5 φορές τον αριθμό που θα νικήσει ο Α τον Γ, άρα:

Γ=$1.5 \cdot A$ (1)

Άρα $A + \Gamma = 100\%$

Από (1) έχουμε ότι $A + \frac{1}{2} \cdot A = 100\% \Leftrightarrow 1.5 \cdot A = 100\% \Leftrightarrow A = \frac{100\%}{1.5} \Leftrightarrow A = 66.6\%$ Άρα $\Gamma = 33.3\%$.Συνεπώς ο Γ θα νικούσε μόνο το 33.3% και έτσι χάνει το στοίχημα.

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Πρόκειται για ένα εξαιρετικό παιχνίδι στρατηγικής, προδρομικό του δημοφιλούς σύγχρονου σκακιού.

Αποτελούνταν από μια πινακίδα (την «πόλιν») που ήταν χωρισμένη σε τετραγωνίδια και από 32 έως 60 λευκά και μαύρα πιόνια (τους «κύνες») που τοποθετούνταν στις δύο άκρες της πινακίδας ανάλογα με το χρώμα τους. Το παιχνίδι παιζόταν από δύο παίκτες που κινούσαν εναλλάξ τα πιόνια κάθε στρατοπέδου στις διάφορες θέσεις της πινακίδας με σκοπό να αποκλείσουν και να αφαιρέσουν κάποιο πιόνι του αντιπάλου. Κάθε πιόνι μπορούσε να κινηθεί εμπρός, πίσω, δεξιά και αριστερά. Η αξία της νίκης ήταν μεγαλύτερη όταν επιτυγχανόταν με τις λιγότερες απώλειες. Το παιχνίδι ήταν ιδιαίτερα λαοφιλές και οι δεξιοτέχνες του παιχνιδιού έχαιραν ιδιαίτερης εκτίμησης.

ΠΗΓΕΣ: «Πολυδεύκης, Ονομαστικόν, Χ 57»

<u>Τα "πλινθία" του σύμπαντος</u>
<u>(Τα παιχνίδια του Διόνυσου)</u>

Ο μικρός Πυθαγόρας παίζει με 2 παιχνίδια του: τον πολύχρωμο κύβο και την πολύχρωμη πυραμίδα. Παρατηρεί πως είναι πολύ δύσκολο να πέσει η μπλε πλευρά του κύβου 3 φορές συνεχόμενες στη σειρά ενώ στην πυραμίδα το πετυχαίνει πιο εύκολα. Πόσες πιθανότητες και για τα 2 σχήματα αν τα ρίξει 3 φορές συνεχόμενα;

<u>Λύση</u>
Κύβος: 6 έδρες άρα 1 στις 6 φορές πιθανότητα
Πυραμίδα:
Άρα για τις 3 φορές: $1/6^3 = 1/216$
4 έδρες άρα 1 στις 4 φορές πιθανότητα
άρα 0,46% , άρα για τις 3 φορές: $\frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$, άρα 1,56%

ΠΑΡΑΘΕΜΑ
Πρόκειται για πολύεδρα που οι έδρες τους είναι κυρτά κανονικά πολύγωνα ίσα μεταξύ τους. Υπάρχουν μόνο πέντε τύποι κανονικών πολυέδρων, τα οποία καλούνται «Πλατωνικά Στερεά» αν και ήταν γνωστά από την εποχή του Πυθαγόρα. Ο Πλάτωνας (στους διαλόγους του «Τίμαιου») τα θεώρησε ως πρωτογενή δομικά στοιχεία για τη δημιουργία του κόσμου και είναι τα εξής: α) Το κανονικό τετράεδρο (με 4 κορυφές, 4 έδρες και 6 ακμές) που συμβόλιζε τη φωτιά, β) το κανονικό εξάεδρο ή κύβος (με 8 κορυφές, 6 έδρες και 12 ακμές) που συμβόλιζε τη γη, γ) το κανονικό οκτάεδρο (με 6 κορυφές, 8 έδρες και 12 ακμές) που συμβόλιζε τον αέρα, δ) το κανονικό δωδεκάεδρο (με 20 κορυφές, 12 έδρες και 30 ακμές) που συμβόλιζε τον αιθέρα και ε) το κανονικό εικοσάεδρο (με 12 κορυφές, 20 έδρες και 30 ακμές) που συμβόλιζε το νερό.

<u>Το μεσολάβιον του Ερατοσθένη</u>

1) ν.δ.ο τα τρίγωνα ΑΔΕ, ΒΕΖ, ΓΖΗ είναι όμοια

<u>Λύση</u>

η γωνία $ZΓH = X$ από $ε_1$ $ε_2$ παράλληλες και ΖΓ τέμνουσα ως εντός εναλλάξ

η γωνία $EBZ = X$ από $ε_1$ $ε_4$ παράλληλες και ΕΒ τέμνουσα ως εντός εναλλάξ

η γωνία $ΔAE = X$ από $ε_1$ $ε_3$ παράλληλες και ΔΑ τέμνουσα ως εντός εναλλάξ

άρα τα τρίγωνα ΑΔΕ, ΒΕΖ, ΓΖΗ είναι όμοια καθώς $AEΔ = EZB = ΓHZ = 90°$ και $ΔAE = EBZ = ZΓH = X$

άρα οι γωνίες $AΔE = BEZ = ΓZH$ (άθροισμα γωνιών τριγώνων)

άρα έχουν 3 γωνίες ίσες μία προς μία.

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Πρόκειται για ένα ευφυέστατο όργανο που επινόησε ο Ερατοσθένης προκειμένου να πετύχει την παρεμβολή δύο ή περισσότερων μέσων αναλόγων ανάμεσα σε δύο δεδομένα ευθύγραμμα τμήματα. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχανόταν και η λύση του Δήλιου προβλήματος που αφορούσε το διπλασιασμό του κύβου. Αποτελούνταν από ένα ορθογώνιο πλαίσιο σχήματος «Π» με ένα σταθερό ορθογώνιο τρίγωνο και δύο ή περισσότερα ολισθαίνοντα.

Ύσπληγα

Στους πρώτους Ολυμπιακούς Αγώνες, οι αθλητές τρέχουν σ’ έναν αγώνα 200 μέτρων.

Για να έχουν την δυνατότητα να ξεκινήσουν όλοι οι αθλητές την ίδια χρονική στιγμή χρησιμοποιούνται **ύσπληγες.**

Ωστόσο οι διοργανωτές έχουν πρόβλημα με την τοποθέτησή τους. Αν υπάρχουν 8 διάδρομοι, όσο πιο κοντά είναι ένας στην εσωτερική τόσο λιγότερα μέτρα τρέχει σε μια γύρα.

Η εσωτερική έχει μήκος 300 μέτρα και κάθε διαδρομή είναι 7,32 μέτρα μεγαλύτερη σε μήκος.

Αν στην $1^{η}$ διαδρομή τοποθετηθεί στα 100 μέτρα από την αφετηρία, πού θα πρέπει να τοποθετηθούν στους άλλους διαδρόμους;

Λύση

Εφόσον οι διαδρομές είναι μεγαλύτερες σε μήκος, για να τρέξουν την ίδια απόσταση πρέπει κάθε διαδρομή πιο μακριά από την εσωτερική να ξεκινήσει 7,32 μέτρα πιο μακριά από την αφετηρία. Έτσι θα ισχύσει ο ‘’τύπος’’ $100\mu. + 7{,}32x$(τον αριθμό της διαδρομής)

Άρα: $1^{η}$ διαδρομή= 100μ. από την αφετηρία

$2^{η}$ διαδρομή= $100\mu. + 7{,}32 \cdot 2\ \kappa.\lambda.\pi.$

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Μηχανισμός που χρησιμοποιούνταν στην αρχαία Ελλάδα κατά τους Ολυμπιακούς και άλλους αθλητικούς αγώνες, για να αποφεύγεται η πρόωρη εκκίνηση των αθλητών.

Αποτελούνταν συνήθως από δύο κατακόρυφους πασσάλους, που έφεραν δύο οριζόντια σχοινιά (το ένα στο ύψος των γονάτων και το άλλο στο ύψος της κοιλιάς των αθλητών).

Όταν ο αφέτης τραβούσε το σχοινί απομανδάλωσης των πασσάλων, αυτοί έπεφταν απότομα στο έδαφος λόγω της δύναμης της «νευράς» (στριμμένων νεύρων ζώων ή μαλλιών γυναικών) που υπήρχε στη βάση τους και επέτρεπαν την εκκίνηση των αθλητών.

Επιλέχθηκε ο σχεδιασμός και η ανακατασκευή ενός ελαφρού τύπου φορητού μηχανισμού που μπορεί να λειτουργήσει με δύο τρόπους: α) με τη χρήση του κρίκου σκανδαλισμού σύμφωνα με τα πρότυπα της ύσπληγας της Νεμέας. Σε αυτή την περίπτωση ο αφέτης τινάσσει απότομα επάνω το σχοινί χειρισμού για να απελευθερωθούν οι κρίκοι και να πέσουν απότομα οι πάσσαλοι β) με τη χρήση ράβδων μανδάλωσης - απομανδάλωσης εφαρμόζοντας γνωστές τεχνικές από την πολεμική μηχανική της εποχής. Σε αυτή την περίπτωση ο αφέτης τραβά απαλά το σχοινί χειρισμού για να απομανδαλωθούν και να πέσουν απότομα οι πάσσαλοι.

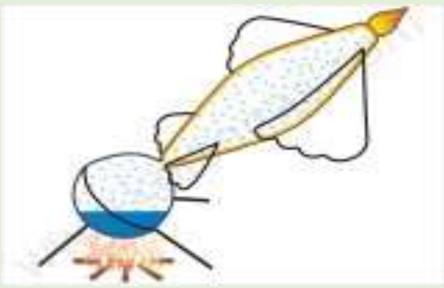
ΚΛΙΜΑΚΑ 1:1

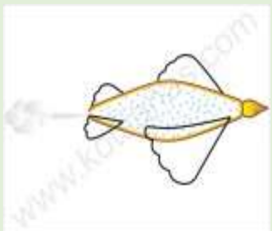
ΠΗΓΕΣ: «HYSPLEX: The starting mechanism in ancient stadia, P. Valananis»

Η ιπτάμενη περιστερά του Αρχύτα

Σε μια αρχαία ελληνική πόλη που πολιορκείται χρησιμοποιούν αυτόνομες πτητικές μηχανές για να απωθήσουν τον εχθρό.

- Η μέγιστη γωνία που μπορεί να επιτεύξει η βαλλίστρα είναι οι 40 μοίρες και εκτοξεύει τα βέλη με αρχική ταχύτητα ίση με $73\frac{m}{s}$.
- Αν οι εχθροί βρίσκονται σε απόσταση 264m από την βαλλίστρα και εκτοξεύσουνε το βέλος με γωνία 40 μοίρες θα πετύχει τους εχθρούς.
- Δίνεται ότι οι εχθροί είναι στο ίδιο ύψος με την βαλλίστρα, $ημ\,40 = \frac{55}{73}$ και ότι η ταχύτητα $73\frac{m}{s}$ αναλύεται σε $u_x = 48\frac{m}{s}$ και $u_y = 55\frac{m}{s}$.





ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Πρόκειται για την πρώτη αυτόνομη πτητική μηχανή της αρχαιότητας. Αποτελούνταν από ένα ελαφρύ αλλά ισχυρό κέλυφος που είχε τη μορφή περιστεριού και έφερε εσωτερικά τη κύστη ενός μεγάλου ζώου. Η αεροδυναμική περιστερά ήταν τοποθετημένη με το άνοιγμα της κύστης προσαρμοσμένο στο ανοικτό άκρο ενός θερμαινόμενου στεγανού λέβητα (ή μιας ισχυρής εμβολοφόρας αεραντλίας). Όταν η πίεση του ατμού ή του αέρα υπερέβαινε τη μηχανική αντοχή της σύνδεσης, η περιστερά εκτοξευόταν και συνέχιζε την πτήση της για μερικές εκατοντάδες μέτρα με τη βοήθεια της ορμής του εξερχόμενου πεπιεσμένου αέρα της κύστης σύμφωνα με τις αρχές της αεροδυναμικής.

ΠΗΓΕΣ: «Αύλος Γέλλιος, Αττικαί νύκται, Γ12»

<u>Φρυκτωρίες</u>

Ο Πολύβιος θέλει να χτίσει φρυκτωρίες προκειμένου να ενημερώσει τα γύρω νησάκια σε περίπτωση εχθρικής εισβολής ή σε περίπτωση έκτακτης ανάγκης. Οι κουκίδες αντιπροσωπεύουν τα βραχάκια που υπάρχουν τριγύρω στα οποία μπορούν να τοποθετηθούν φρυκτωρίες. Ωστόσο, τα περισσότερα πρέπει να απορριφθούν καθώς ο καπνός είναι ορατός όταν η απόσταση είναι ≤30 χιλιομέτρων

να βρείτε:

i. ποια νησιά είναι κατάλληλα για κατασκευή φρυκτωριών, δηλαδή να είναι ορατός ο καπνός από το κεντρικό νησί
ii. τις περιοχές που μπορούν να δουν τον καπνό από την κεντρική φρυκτωρία
iii. τα πιο κατάλληλα νησάκια για να χτίσουμε 2 μόνο φρυκτωρίες, ώστε να είναι ορατά σε όσο το δυνατόν περιοχή
iv. τις περιοχές που θα βλέπουν τον καπνό από τουλάχιστον 2 φρυκτωρίες;
v. ποιο νησί αποκλείεται από την κατασκευή φρυκτωρίας γιατί βρίσκεται πολύ κοντά στην κεντρική φρυκτωρία (αν απόσταση $\leq 4cm = 20km$)
vi. ποιο/α νησιά δεν θα ειδοποιηθούν αν χτιστούν εν τέλει οι φρυκτωρίες στα μέρη του iii), άρα θα είναι ευάλωτα σε πιθανή επίθεση

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Ιδιοφυής μέθοδος οπτικής μετάδοσης μηνυμάτων (γράμμα - γράμμα) μεταξύ υψωμάτων που απείχαν αρκετά χιλιόμετρα με συνδυαστικό σύστημα πυρσών που επινόησαν οι Κλεόξενος και Δημόκλειτος τον 3ο π.Χ. αιώνα. Το σύστημα μπορεί να χαρακτηριστεί ψηφιακό (πενταδικό των δύο bits), προδρομικό της σημερινής τεχνολογίας και μοναδική στο είδος του καταγεγραμμένη πρόταση παγκοσμίως μέχρι τον 16ο μ. Χ. αιώνα. Με απλοϊκή χρήση «πυρσείας» (προσυμφωνημένου μηνύματος) και δικτύου φρυκτωριών που επινόησε ο Παλαμήδης έγινε γνωστή, από το βοηθό του Σίνωνα, σε μια νύκτα η άλωση της Τροίας στις Μυκήνες (Αισχύλος, «Αγαμέμνων»).

Σε κατάλληλα επιλεγμένα υψώματα κτίζονταν οι «φρυκτωρίες». Κάθε φρυκτωρία περιλάμβανε «δύο τοίχους με ύψος αναστήματος ανδρός» και τη δυνατότητα ανάρτησης πέντε πυρσών στον καθένα. Μεταξύ των τοίχων υπήρχε ειδική «διόπτρα» (σκοπευτική διάταξη δύο αυλίσκων) για τη διάκριση από το «φρυκτωρό» των δεξιών ή αριστερών πυρσών της απέναντι φρυκτωρίας. Επίσης οι φρυκτωροί διέθεταν από πέντε πινακίδες με αναγραμμένα τα γράμματα του αλφαβήτου χωρισμένα σε πεντάδες. Οι αριστεροί πυρσοί από το μέρος του «πομπού» φρυκτωρού αναφέρονταν στον αριθμό της πινακίδας, ενώ οι δεξιοί στη σειρά του γράμματος της συγκεκριμένης πινακίδας. Η έναρξη της διαδικασίας αποστολής γινόταν με την ανάρτηση δύο πυρσών από τον «πομπό», την επιβεβαίωση με την ανάρτηση δύο πυρσών από το «δέκτη» και το κατέβασμα των πυρσών και από τους δύο.

Για παράδειγμα, όταν υψώνονταν δύο πυρσοί στον αριστερό τοίχο και τέσσερεις στο δεξιό, γινόταν εκπομπή του γράμματος «Ι».

ΠΗΓΕΣ: «Πολύβιος, Ιστορία Χ 45-47»

<u>Η μαγική (αυτόματη) κρήνη</u>

Ο μικρός Πυθαγόρας αναρωτιέται πόση ώρα θα διαρκέσει το συντριβάνι άμα ρίξει ένα λίτρο νερού.
Έχοντας δεδομένο ότι το Β έχει $1000\ cm^3$ αέρα και ότι ανά 100 ml ανεβαίνουν $100\ cm^3$ αέρα στο Α δοχείο και από τα $50\ cm^3$ αέρα πετάγονται 10 ml νερό (τα 10 ml θέλουν 5 s).

Βρείτε πόσο χρόνο χρειάζεται για να τελειώσει

<u>Λύση</u>

- Αν για $50\ cm^3$,άρα ανεβαίνουν 10ml τότε για $100\ cm^3$ αέρα πετάγονται 20 ml.
- 50 ανάλογο $10\ <=>\ 100$ ανάλογο 20
- Άρα αφού ανά 100 ml ανεβαίνουν $100\ \ cm^3$ τότε στα 1000ml θα ανεβούν $100\ \ cm^3$
- άρα 10 δηλαδή οι φορές που θα πεταχτούν 20 ml.
- Άρα θα πεταχτούν $10 \cdot 20 = 200\ ml$ θα πεταχτούν με το 1l
- άρα $\frac{200}{10} = 20\ \ <=>\ \ 20 \cdot 5 = 100s.$

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Πρόκειται για μια ευφυέστατη κρήνη που εκτόξευε νερό ψηλότερα από τη διαθέσιμη στάθμη της δεξαμενής της παραβιάζοντας φαινομενικά τις αρχές της υδροστατικής πίεσης και των συγκοινωνούντων δοχείων.

Αποτελούνταν από ένα ανοικτό και δύο στεγανά δοχεία τοποθετημένα το ένα πάνω από το άλλο. Το ενδιάμεσο στεγανό δοχείο ήταν γεμάτο με νερό και ένας σωληνίσκος ξεκινούσε λίγο πάνω από τον πυθμένα του και κατέληγε σε ένα ακροφύσιο πάνω από το ανώτερο ανοικτό δοχείο. Ρίχνοντας νερό στο ανώτερο ανοικτό δοχείο τότε αυτό μέσω ενός σωληνίσκου έρρεε στο κατώτερο στεγανό δοχείο. Ο εγκλωβισμένος αέρας σε αυτό πιεζόταν και μέσω ενός άλλου σωληνίσκου εκτόπιζε το νερό του ενδιάμεσου δοχείου εξαναγκάζοντάς το να ανέλθει στο ακροφύσιο και να σχηματίσει ένα μικρό πίδακα. Το νερό του πίδακα συμπλήρωνε το νερό του ανώτερου δοχείου (διατηρώντας τη στάθμη του σταθερή). Έτσι η διαδικασία αυτή ήταν αυτοσυντηρούμενη και συνέχιζε αυτόματα μέχρι να αδειάσει όλο το νερό από το ενδιάμεσο δοχείο. ΠΗΓΕΣ: «Ήρων ο Αλεξανδρεύς, Πνευματικά»

<u>Οδόμετρο</u>

$$m = 800kg, Uo = 0, \Delta x = 200m, \Delta t = 40s$$

1) Να βρεθεί η επιτάχυνση του οδομέτρου α_1=; και την ταχύτητα U_1=;

2) Να βρεθεί η συνολική δύναμη που ασκείται στο οδόμετρο προκειμένου να κινηθεί

Λύση

1) $\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \Delta t^2$

$$=> \ 200 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot 40^2$$

$$=> \alpha 1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{m}{s^2}$$

Και $u_1 = a_1 \cdot \Delta t$

$$=> u_1 = 10\frac{m}{s}$$

2)$\Sigma F = m \cdot a_1$

$$=> \Sigma F = 200N$$

ΠΑΡΑΘΕΜΑ

Μηχανισμός για την ακριβή μέτρηση οδικών αποστάσεων (προδρομικός του ταξιμέτρου).

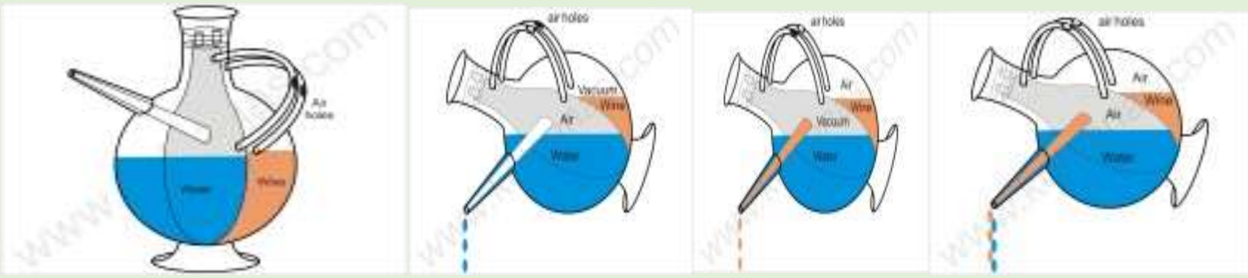
Αποτελείται από ένα κιβώτιο με συμπλεκόμενους ατέρμονες κοχλίες και οδοντωτούς τροχούς προσαρμοσμένο σε κινούμενο όχημα. Ένας στυλίσκος, επί της πλήμνης του ενός τροχού, μεταφέρει την κίνηση στον οκτασκύταλο πρώτο δίσκο του κιβωτίου ενώ ενσωματωμένα στους άξονες βαθμονομημένα τύμπανα επί της εξωτερικής επιφάνειάς του υποδεικνύουν την διανυθείσα απόσταση.

Η σχέση μετάδοσης στην προτεινόμενη από τον Ήρωνα κατασκευή είναι 1:8:30:30:30 οπότε μια πλήρης περιστροφή του τελευταίου τυμπάνου αντιστοιχεί σε 216000 περιστροφές των τροχών. Με περιφέρεια τροχού 10 πήχεων (διαμέτρου 1,60 μέτρων) η διανυθείσα απόσταση αντιστοιχεί σε 1080 χιλιόμετρα.

Σε μια παραλλαγή του οργάνου ένα βαθμονομημένο τύμπανο έφερε περιφερειακές οπές με σφαιρίδια που όταν κάποια ευθυγραμμιζόταν με αντίστοιχη οπή του κιβωτίου έπεφτε και ένα σφαιρίδιο σε δοχείο προσφέροντας ευχερή καταμέτρηση της απόστασης. Εφευρέτης του οργάνου είναι πιθανότατα ο Αρχιμήδης. (Τζέτζης Ιωάννης, Χιλιάδες 2, 12ος αι. μ.Χ.)

ΠΗΓΕΣ: «Βιτρούβιος, Περί αρχιτεκτονικής, Χ9», «Ήρων ο Αλεξανδρεύς, Περί διόπτρας»

Η ευφυής οινοχόη του Φίλωνος



Ο Αριστοτέλης παρευρέθηκε σε συμπόσιο στο σπίτι του Φίλωνα και εκεί είδε ένα από τα μεγαλύτερα επιτεύγματα της Αρχαίας Αθήνας, την αυτόματη υπηρέτρια, η οποία γέμιζε τα ποτήρια των καλεσμένων με νερωμένο κρασί. Αν η αναλογία κρασιού – νερού που βάζει είναι 2/3 να βρείτε σε 180 ml πόσο νερό και πόσο κρασί θα υπάρχει. Επιπλέον, η αυτόματη υπηρέτρια χρειάζεται ορισμένο χρόνο για να γεμίσει το ποτήρι του Αριστοτέλη με το ποτό του. Αν χρειάζεται 3 sec. για να γεμίσει το ποτήρι με 3 ml νερού και 2 ml κρασιού να βρείτε σε πόσο χρόνο θα γεμίσει όλο το ποτήρι του Αριστοτέλη. Δίνεται ότι γεμίζονται ταυτόχρονα με κρασί και νερό.

Ο Αριστοτέλης αφού γέμισε το ποτήρι του κατευθύνθηκε προς το τραπέζι του. Όμως το ποτήρι του γλίστρησε από τα χέρια και προσγειώθηκε στο πάτωμα. Αν η απόσταση του χεριού του από το έδαφος ήταν 1,25 μέτρα να βρείτε σε πόσο χρόνο προσγειώθηκε και με τη επιτάχυνση και με ποια ταχύτητα κατά την προσγείωση.

Λύση

Έστω x η ποσότητα του μείγματος

$2x + 3x = 180 \leftrightarrow 5x = 180 \leftrightarrow x = 36\, ml$ άρα έχει 72 ml κρασιού και 108 ml νερού.

Το κρασί θα γεμίσει σε $\frac{72}{3}$ = 24 sec. Το νερό θα γεμίσει σε $\frac{2}{3} - \frac{108}{x} \leftrightarrow 2x = 324 \leftrightarrow x = 162\, sec.$ θα χρειαστεί για να γεμίσει ολοκληρωτικά το ποτήρι.

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \leftrightarrow 1{,}25 = 5t^2 \leftrightarrow 0{,}25 = t^2 \leftrightarrow t = 0{,}5\, sec, u = gt$$
$$\leftrightarrow u = 10 \cdot 0{,}5 \leftrightarrow u = 5\, \frac{m}{s}$$

Παράθεμα

Πρόκειται για μια οινοχόη (που επινόησε ο Φίλων ο Βυζάντιος) από την οποία έρρεε αυτόματα νερό, κρασί ή νερωμένο κρασί ανάλογα με τη βούληση του οινοχόου.

Αποτελούνταν από ένα κατακόρυφο διάφραγμα που χώριζε την οινοχόη στα διαμερίσματα του νερού και του κρασιού και τους σωληνίσκους εξαγωγής των υγρών που όμως βρίσκονταν ο ένας εντός του άλλου ώστε εξωτερικά της οινοχόης να φαίνονται ως ένας. Η οινοχόη έφερε στεγανό πώμα και ήταν αδύνατη η εκροή των υγρών κατά την ανατροπή της λόγω υποπίεσης που προκαλούνταν από την αδυναμία αναπλήρωσης των υγρών από αέρα. Δύο αγωγοί ξεκινούσαν από το μέσον της οινοχόης και έφθαναν στο χείλος της ώστε να αποτελούν τη χειρολαβή της. Στο πλάι τους οι δύο αγωγοί έφεραν δύο οπές αερισμού τις οποίες ο οινοχόος κάλυπτε με τα δάκτυλά του. Με την συνδυαστική αποκάλυψη της οπής αερισμού του διαμερίσματος του νερού, του κρασιού ή και των δύο ταυτόχρονα ο οινοχόος επέτρεπε την εισαγωγή αέρα στα αντίστοιχα διαμερίσματα και την εκροή νερού, κρασιού ή νερωμένου κρασιού σύμφωνα με επιθυμία του επισκέπτη.

ΠΗΓΕΣ: «Φίλων ο Βυζάντιος, Πνευματικά»

Ο «από μηχανής» θεός

Βλέποντας μια παράσταση αρχαίας τραγωδίας, παρατηρήσαμε την **τεχνολογία του αρχαίου ελληνικού θεάτρου** και συγκεκριμένα τις μηχανές που χρησιμοποιούν. Αρχικά, η ανυψωτική μηχανή – γερανός, χρησιμοποιήθηκε για την εντυπωσιακή αιώρηση και κάθοδο στην σκηνή. Αν γνωρίζουμε ότι η τάση του νήματος είναι 1120 N και η επιτάχυνση της καθόδου του ηθοποιού είναι 4 $\frac{m}{s^2}$, να βρεθεί του βάρος του ηθοποιού. Έπειτα, αν γνωρίζετε ότι τα ρούχα ζυγίζουν όσο το $\frac{1}{10}$ του βάρους του ηθοποιού, να βρείτε την μάζα του. Σας δίνεται ότι g = 10$\frac{m}{s^2}$.

Στη συνέχεια, παρατηρήσαμε άλλο ένα ιδιαίτερα εντυπωσιακό και σημαντικό εργαλείο του αρχαίου θεάτρου, τους περίακτους, οι οποίοι επιτρέπουν την εναλλαγή του σκηνικού κατά την διάρκεια της παράστασης. Οι περίακτοι έχουν στερεωμένα πάνω τους τρία σκηνικά: ένα αρχαίο ανάκτορο, έναν ιερό ναό και το μαντείο των Δελφών, τα οποία περιστρέφονται με σταθερή ταχύτητα $\frac{1m}{2\,s}$. Αν το καθένα έχει μήκος L= 5m να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο θα εμφανιστεί για 4^{η} φορά το σκηνικό με τον ιερό ναό.

Παράθεμα

Ανυψωτική μηχανή («γέρανος») του αρχαίου θεάτρου (από την εποχή του Αισχύλου) που χρησιμοποιόταν για την εντυπωσιακή αιώρηση και κάθοδο στη σκηνή καθοριστικών για τη δράση του έργου προσώπων (π.χ. ήρωες, θεοί, κ.ά), αλλά και σπανιότερα βαρύτερων φορτίων (π.χ. άρματα ή άλογα με αναβάτες, εξέδρες με το χορό, κ.ά.). Σύμφωνα με το συγκερασμό βιβλιογραφικών και αγγειογραφικών πληροφοριών αποτελούνταν από μία μακριά αρθρωτή δοκό που στηριζόταν σε μια περιστρεφόμενη κατακόρυφη δοκό. Το φορτίο ανυψωνόταν με σχοινί («αιώρα») μέσω τροχαλίας και χειροκίνητου βαρούλκου που βρίσκονταν εκατέρωθεν της δοκού. Η δοκός έφερε αντίβαρο για την εξισορρόπηση του αναρτώμενου φορτίου. Η μηχανή ήταν τοποθετημένη πίσω από τη σκηνή κοντά στην αριστερή πάροδο σε οριζόντια σχεδόν θέση. Ο χειριστής της μηχανής («μηχανοποιός»), αφού εξισορροπούσε το φορτίο (με αντίβαρα), ασκούσε (μέσω των χειρολαβών) την απαιτούμενη κλίση και στη συνέχεια την απαιτούμενη περιστροφή στη δοκό ώστε το φορτίο να βρεθεί πάνω από το μέσον του προσκηνίου. Ένας τροχός στο άκρο της υπερσταθμισμένης δοκού ίσως διευκόλυνε το χειριστή στην περιστροφή της. Όταν η δράση το απαιτούσε εκτελούσε και κλυδωνισμούς στο σταθμισμένο φορτίο. Τέλος εναπόθετε το φορτίο στο προσκήνιο με τη βοήθεια του βαρούλκου.

ΠΗΓΕΣ: «Βιτρούβιος, Περί αρχιτεκτονικής, V » «Pollax Julius, Ονομαστικόν », «Ησύχιος ο Λεξικογράφος, Λεξικόν», «Αριστοφάνης, Ειρήνη-Θεσμοφοριάζουσαι», «Αισχύλος, Ευρώπη-Ευμενίδες-Πέρσαι-Προμηθεύς Δεσμώτης», «Ευριπίδης, Ανδρομέδα-Βελλερεφόντης-Ηλέκτρα-Ηρακλής-Ίων-Μήδεια-Ορέστης», «Bieber, The history of Greek and Roman theater»

Μουσείο Πλινθοκεραμοποιίας Ν. & Σ. Τσαλαπάτα

Στο εργοστάσιο πλινθοκεραμοποίιας παράγονται κάθε 4 ώρες 4,8 τόνοι τούβλα. Το εργοστάσιο δουλεύει 16 ώρες την μέρα.

- Στις 4 ώρες παραγωγής η πρώτη είναι επεξεργασία και οι άλλες είναι ψήσιμο στους φούρνους.
- Κάθε 4 ώρες έρχεται ίδια ποσότητα πρώτων υλών, από τις οποίες το 80% περνάει από επεξεργασία.
- Από αυτή την ποσότητα το 75% περνάει στην αίθουσα παραγωγής και εκεί μετατρέπεται σε πηλό με ζημία 20%.
- Από εκεί μεταφέρονται στους φούρνους και ψήνονται και παράγονται 4,8 τόνοι τούβλων ανά 4 ώρες:

1)Πόσοι τόνοι παράγονται σε 1 ώρα;

2)Κάθε 4 ώρες πόσοι τόνοι πρώτων υλών έρχονται στο εργοστάσιο;

ΠΑΡΑΘΕΜΑ Πολιτιστικό Ίδρυμα Ομίλου Πειραιώς

Το Μουσείο στεγάζεται στο παλιό Εργοστάσιο Πλινθοκεραμοποιίας Νικολάου & Σπυρίδωνος Τσαλαπάτα, στον Βόλο. Παρουσιάζει την καθημερινή ζωή στο εργοστάσιο, καθώς και όλα τα στάδια της παραγωγής διαφορετικών τύπων τούβλων και κεραμιδιών. Στόχος του είναι αναδείξει την ιστορική ταυτότητα της πόλης του Βόλου και να συμβάλει στη διάσωση και την προβολή της βιομηχανικής κληρονομιάς της.

<u>Μουσείο Ελιάς και Ελληνικού Λαδιού</u>

Ένας άνεργος μαθηματικός, καθώς μιλούσε με έναν φίλο του έμαθε ότι δίπλα στο εξοχικό του βρίσκονται τα χωράφια ενός γνωστού ελαιοπαραγωγού, του οποίου το εξαίσιο λάδι πωλείται σε χώρες όπως το Χονγκ Κονγκ για υπέρογκα ποσά. Αποφασίζει να κλέψει από τις ελιές και να πουλήσει το λάδι του Χονγκ Κονγκ. Λόγο του συμβάντος στο μουσείο τέχνης τον ψάχνει η αστυνομία και γνωρίζει ότι θα τον βρουν σε περίπου 20 ώρες.

Έχει λοιπόν τόσες ώρες για να κόψει ελιές, να τις επεξεργαστεί στο παλαιό ελαιοπιεστήριο που αγόρασε με τα κέρδη από την πώληση του πίνακα στην μαύρη αγορά.

Με το πριόνι που έχει μπορεί να κόψει ένα κλαδί που έχει ένα κιλό ελιές κάθε 5 λεπτά.

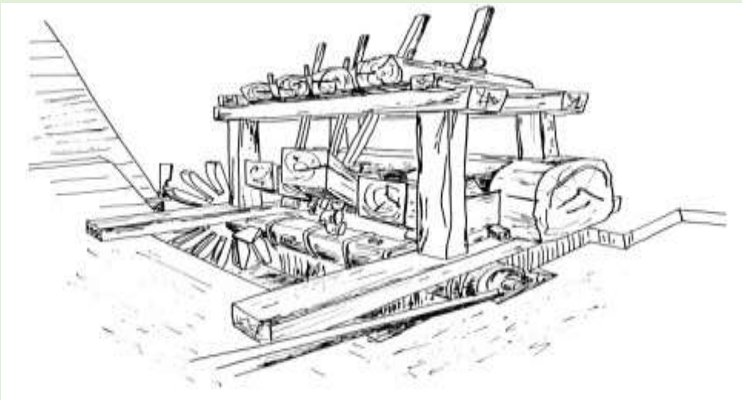
Το ελαιοπιεστήριο έχει απόδοση 3 κιλά την ώρα, όμως μπορεί να προσλάβει εργατικά χέρια που ο καθένας προσθέτει 1 κιλό την ώρα στην απόδοση αλλά μειώνει την ώρα που έχουν μέχρι να τους βρουν οι αρχές κατά 2.5 ώρες.

Μέτα από αυτήν την διαδικασία ακουλουθεί η αποθήκευση του λαδιού που κρατάει 5 λεπτά το κιλό.

Να υπολογίσετε πόσους εργάτες πρέπει να πάρει ώστε να έχει την μεγαλύτερη παραγωγικότητα σε αυτές τις 20 ώρες και πόσα κιλά λάδι θα καταφέρει να παράγει;

Μουσείο Υδροκίνησης Δημητσάνα

Το μαντάνι (ή μπαντάνι) λειτουργεί στη Γαλλία ήδη από τον 11ο αιώνα και χρησίμευε στην κατεργασία των μάλλινων υφασμάτων με χτυπήματα, ήταν μηχανή εξ ολοκλήρου ξύλινη, τοποθετημένη σε φυσική πλαγιά, για να διευκολύνεται η κατασκευή κρέμασης. Πρόκειται για σκελετό από το πάνω μέρος του οποίου κρέμονται συνήθως τέσσερα κοπάνια αυτά, κινούμενα πάλι, κτυπούν τα μουσκεμένα υφάσματα σε κοίλωμα σκαλισμένο σε χονδρό οριζόντια τοποθετημένο κορμό, ή πιο σπάνια, μαρμάρινη γούρνα.



- Έχουμε ένα μεταξωτό ύφασμα με διαστάσεις $\boldsymbol{y \cdot (y+5)}$**,**
- Επίσης γνωρίζουμε **τις διαστάσεις της δεξαμενής που είναι μήκος 60 μέτρα, ύψος 5 μέτρα και πλάτος 100 μέτρα**,
- και ο ελάχιστος όγκος V νερού που μπορεί να χρησιμοποιηθεί, ώστε να καλυφθεί / βραχεί πλήρως το ύφασμα είναι $\frac{1}{3} \cdot v\ \delta\varepsilon\xi\alpha\mu\varepsilon\nu\acute{\eta}\varsigma$.

Τότε να βρείτε τις ακριβείς διαστάσεις του υφάσματος. Το μαντάνι διαθέτει διάφορους μηχανισμούς, οι οποίοι παράγουν έργο χρησιμοποιώντας κινητική και δυναμική ενέργεια. Αν η μάζα του νερού που χρησιμοποιήσαμε προηγουμένως είναι 2 τόνοι, να υπολογίσετε την κινητική, την δυναμική και την μηχανική ενέργεια που παράγεται. Δίνεται ότι $E\delta\upsilon\nu = m \cdot g \cdot h$, $E\kappa\iota\nu = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2$

Το Υπαίθριο ***Μουσείο Υδροκίνησης****, στη* ***Δημητσάνα****, προβάλλει τη* ***σημασία της υδροκίνησης στην παραδοσιακή κοινωνία****. Εστιάζοντας στις βασικές προβιομηχανικές τεχνικές που αξιοποιούν το νερό για την παραγωγή ποικίλων προϊόντων, τις συνδέει με την ιστορία και την καθημερινότητα της τοπικής κοινωνίας στο πέρασμα του χρόνου.*