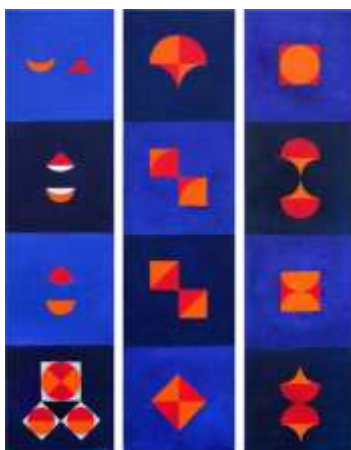


## Χαρακτηριστικά του κύκλου



✚ Εμπλεκόμενες μαθηματικές έννοιες/ καταγραφή των διδακτικών ενοτήτων στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών για όλες τις σχολικές βαθμίδες.

- Μαθηματικά ΣΤ Δημοτικού : Θεματική ενότητα 6 (6.56, 6.61-6.65)
  - 56. Τα σχήματα του κόσμου! Γεωμετρικά σχήματα – Πολύγωνα
  - 61. Καλύπτω, βάφω, σκεπάζω Μετρώ επιφάνειες
  - 62. Πλαγιάζω αλλά δεν αλλάζω! Βρίσκω το εμβαδό παραλληλογράμμου
  - 63. Αδυνάτισα! Μισός έμεινα! Βρίσκω το εμβαδό τριγώνου
  - 64. Το εμβαδό του τραapeζίου; Βρίσκω το εμβαδό τραapeζίου
  - 65. Κόβω κύκλους! Βρίσκω το εμβαδό κυκλικού δίσκου
- Εμβαδόν κυκλικού δίσκου, εμβαδόν κυκλικού τομέα
  - Β Γυμνασίου (Β.3.5, Β.3.6)
- Τετραγωνισμός κύκλου, Μηνίσκοι Ιπποκράτη
  - Γεωμετρίας Β Λυκείου Διδακτική Ενότητα 11.6
- Υπολογισμός εμβαδών επιφανειών
  - Β Γυμνασίου (Β.3.1-Β.3.3)
  - Β Λυκείου (10.1-10.3)
  -

✚ **Δραστηριότητες** [φωτόδεντρο του ψηφιακού σχολείου](#)

[Μικροπείραμα : Μηνίσκοι του Ιπποκράτη](#)

[Τετραγωνισμός Μηνίσκου](#)

[Μικροπείραμα για την εμπλοκή των μαθητών με τον υπολογισμό των εμβαδών των μηνίσκων με χορδές τις κάθετες πλευρές ενός ορθογώνιου τριγώνου και τη σύγκριση του αθροίσματος των εμβαδών τους με το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου.](#)

Το μικροπείραμα προσφέρει στους μαθητές τη δυνατότητα να μεταβάλλουν δυναμικά το ορθογώνιο τρίγωνο, να παρατηρήσουν τις μετρήσεις των εμβαδών των μηνίσκων καθώς και του ορθογώνιου τριγώνου που δίνει το λογισμικό και να διατυπώσουν εικασίες για την σχέση τους. Επίσης, μπορούν να διερευνήσουν ειδικές περιπτώσεις του σχήματος και πως αυτό τετραγωνίζεται. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων

δυναμικής γεωμετρίας και χειρισμού αλγεβρικών ψηφιακών συστημάτων (Geogebra).

### Φύλλο δραστηριοτήτων

#### Ερωτήσεις:

- Τι είδους γεωμετρικό σχήμα είναι ο παραπάνω πίνακας και από ποια γεωμετρικά σχήματα αναγνωρίζετε ότι αποτελείται ;
- Τι είδους γεωμετρικά σχήματα αναγνωρίζετε ;



- Μπορείτε να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφανειας αν από το τετράγωνο αποκόψουμε τα δύο σχήματα που υπάρχουν στο εσωτερικό του.
- Ποιες επιπλέον υποθέσεις αρκεί να διατυπώσετε ;
- Υπόδειξη : Να θεωρήσετε το μήκος της πλευράς του τετραγώνου  $a$ .
- Να επαναλάβετε την παραπάνω διαδικασία για τα ακόλουθα



- Να επαναλάβετε την παραπάνω διαδικασία για τα ακόλουθα



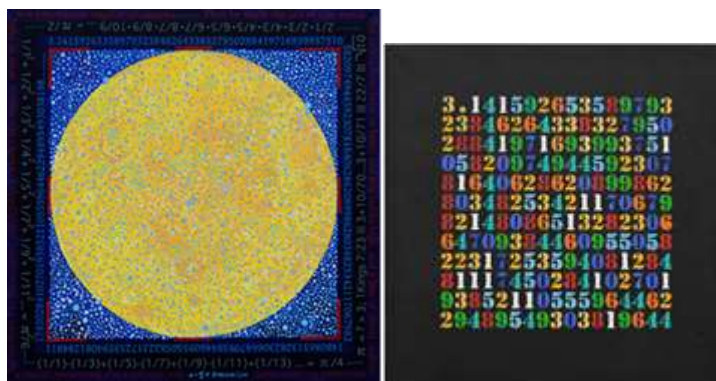
- Να επαναλάβετε την παραπάνω διαδικασία για το ακόλουθο



#### Επέκταση

- Να διερευνηθούν τα [«Άλυτα προβλήματα της αρχαιότητας»](#) (εκτός από τον τετραγωνισμό του κύκλου)  
[Παρουσίαση: Άλυτα προβλήματα των μαθηματικών](#)
- [Το θεώρημα Morley για την τριχοτόμηση γωνίας](#)

## Ο αριθμός π



✚ Εμπλεκόμενες μαθηματικές έννοιες/ καταγραφή των διδακτικών ενοτήτων στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών για όλες τις σχολικές βαθμίδες.

➤ Άρρητος αριθμός π

Β Γυμνασίου : Β.3.3

Άλγεβρα Α Λυκείου : 2.1 Πραγματικοί αριθμοί (απόδειξη αν ένας αριθμός είναι άρρητος, πυκνότητα των αρρήτων).

### Φύλλο δραστηριοτήτων

- Να μεταβάλλεται δυναμικά την ακτίνα του κύκλου:  
<https://qgbm.at/vqν8vqν4>
- Να κατασκευάσετε πίνακα τιμών για το μήκος του κύκλου που προκύπτει από την αντίστοιχη τιμή της διαμέτρου :

Μήκος κύκλου					
Διάμετρος					
Μήκος κύκλου/Διάμετρος					

- Τι παρατηρείται για τον λόγο Μήκος κύκλου/Διάμετρος ;
- Μήπως ο αριθμός αυτός εμφανίζεται στο πίνακα ;

## Επέκταση

### ➤ Εκπαιδευτικές δραστηριότητες για κάθε σχολική βαθμίδα για τον αριθμό

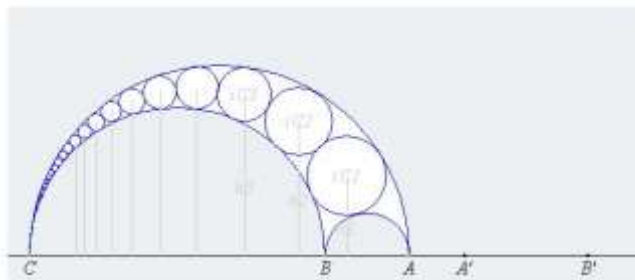
$\pi$

### ➤ Άρβηλος του Αρχιμήδη

- Δίνεται ένα ημικύκλιο διαμέτρου  $AB$  και στο εσωτερικό του τα ημικύκλια διαμέτρων  $AG$  και  $GB$ , όπου  $G$  σημείο της διαμέτρου  $AB$ . Η κάθετος της  $AB$  στο  $G$  τέμνει το αρχικό ημικύκλιο στο  $\Delta$ . Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται μεταξύ των τριών ημικυκλίων (άρβηλος του Αρχιμήδη) είναι ίσο με το εμβαδόν του κύκλου διαμέτρου  $G\Delta$  (άσκηση 4, αποδεικτικές ασκήσεις, 11.8, Β Λυκείου)

### Μικροπείραμα

- Ο στόχος είναι η επέκταση των γνώσεων και η κατανόηση των αρχών της αντιστροφής του κύκλου και της εφαρμογής τους: Το παρακάτω δείχνει μια σειρά κύκλων ( $iC_1, iC_2, iC_3, \dots, iC_{30}$ ), που είναι εγγεγραμμένοι σε μία «αρβηλο». Η άρβηλος είναι η λευκή περιοχή του σχήματος, που οριοθετείται από τρία ημικύκλια. Οι διάμετροι των τριών ημικυκλίων είναι όλες στο ίδιο τμήμα γραμμής,  $AC$ , και κάθε ημικύκλιο είναι εφαπτόμενο με τα άλλα δύο. Ο αρμπέλος έχει μελετηθεί από τους μαθηματικούς από τα αρχαία χρόνια και ονομάστηκε, προφανώς, για την ομοιότητά του με το σχήμα ενός στρογγυλού μαχαιριού (που ονομάζεται *arbelos*). Η αλυσίδα των εγγεγραμμένων κύκλων ονομάζεται μερικές φορές μια αλυσίδα Pappus, για τον Πάππου της Αλεξάνδρειας, που σπούδασε και έγραψε γι' αυτό τον 4ο αιώνα μ.Χ. Οι εγγεγραμμένοι κύκλοι είναι εφαπτόμενοι μεταξύ τους και στα όρια του, δηλαδή,  $iC_1$  είναι εφαπτόμενο σε κάθε ένα από τα τρία ημικύκλια που σχηματίζουν το όριο του *arbelos*, ενώ κάθε διαδοχικός κύκλος είναι εφαπτόμενος με τον προηγούμενο και με δύο ημικυκλικά που δεσμεύουν τον *arbelos* (σημειώστε ότι στην προεπιλεγμένη θέση του, το σχήμα απεικονίζει μόνο ένα τριών πιθανών σχηματισμών της αλυσίδας). Pappus αποδείχθηκε ένα θεώρημα, το οποίο αναφέρει ότι το ύψος,  $h_n$ , του κέντρου του  $n$  ου εγγεγραμμένου κύκλου,  $iC_n$ , πάνω από το τμήμα της γραμμής  $AC$  είναι ίσο με φθορές τη διάμετρο του  $iC_n$ .



Αλυσίδα με κύκλους εγγεγραμμένους στον άρβηλο.

