

ΕΚΘΕΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

«ΟΛΑ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ»

Πρόλογος_Εισαγωγή

Στην εποχή της επανάστασης της γνώσης ,της πληροφορίας και των ραγδαίων τεχνολογικών, οικονομικών, πολιτικών και κοινωνικών εξελίξεων η ποιοτική ανάβαθμιση της εκπαίδευσης αποτελεί ένα καίριο ζητούμενο της σύγχρονης πραγματικότητας. Μέσα σε αυτό το πλαίσιο ως ενεργοί εκπαιδευτικοί καλούμαστε να δώσουμε νέες ιδέες και εμπειρίες με σκοπό την ολόπλευρη ανάπτυξη της προσωπικότητας των νέων, μακριά απο τα παραδοσιακά πρότυπα. Ο σκοπός του σχολείου δεν είναι πλέον η μετάδοση γνώσεων και πληροφοριών αλλά η πολύπλευρη ανάπτυξη των γνωστικών και των κοινωνικών δεξιοτήτων των μαθητών.

Η έκθεση αποτελείται από 35 μοναδικούς πίνακες ζωγραφικής, που παρουσιάζουν μαθηματικά φαινόμενα και προβλήματα, αλλά ταυτόχρονα αφηγούνται την ιστορία της εξέλιξης της μαθηματικής επιστήμης από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα. Ειδικότερα, η έκθεση περιλαμβάνει 10 πίνακες ζωγραφικής που αναφέρονται στην άνθιση της μαθηματικής σκέψης στην Αρχαία Ελλάδα Μία τέτοια έκθεση υλοποιείται για πρώτη φορά στην Ελλάδα Με αφορμή την μοναδική αυτή έκθεση, στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται προτάσεις για την αξιοποίηση των πινάκων ζωγραφικής στην διδασκαλία της γεωμετρίας στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση στα πλαίσια του αναλυτικού προγράμματος σπουδών. Η έκθεση αυτή αποτελεί μία μοναδική ευκαιρία ώστε οι μαθητές να εκθέσουν τα ταλέντα τους και την δημιουργικότητα τους, να εδραιώσουν τη μάθηση, να μοιραστούν τις γνώσεις τους με τους συμμαθητές τους και άλλους και να αντλήσουν νέα συμπεράσματα από τα γνωστά γεγονότα μέσα από την μαθηματική συνάντηση με την ομορφιά της τέχνης. Οι πίνακες της έκθεσης δείχνουν ξεκάθαρα ότι: Τα μαθηματικά είναι η μελέτη μοτίβων και σχέσεων, ένας τρόπος σκέψης και μια επιστήμη που χαρακτηρίζεται από τάξη και εσωτερική συνοχή, μια γλώσσα που χρησιμοποιεί όρους και σύμβολα που έχουν οριστεί με προσοχή, ένα εργαλείο που μας βοηθά να ερμηνεύσουμε τον κόσμο (Jost, E., 2014).

Θεωρητικό πλαίσιο

Ο σχεδιασμός εκπαιδευτικών δράσεων και δραστηριοτήτων για την ανάδειξη και προσέγγιση των μαθηματικών και γεωμετρικών εννοιών μέσω των πινάκων ζωγραφικής της έκθεσης εναρμονίζεται με τις απόψεις της Σύγχρονης Μουσειολογίας και της Θεωρίας του Υλικού Πολιτισμού (Hooper-Greenhill, 1992; Hooper, 1991; Bennett, 1995; Pearce, 1989; Pearce, 1994). Τα σχεδιασμένα περιβάλλοντα άτυπης μάθησης, όπως είναι τα μουσεία με τα μαθηματικά εκθέματα, είναι ένα περιβάλλον στο οποίο μπορεί να συμβεί πλούσια μαθηματική σκέψη και συλλογιστική έξω από την τάξη (National Research Council, 2005). Σε αντίθεση με τα σχολεία, προσφέρουν στα άτομα και τις ομάδες την ευκαιρία να επιλέγουν ελεύθερα πώς, τι, πού και με ποιον μαθαίνουν (Falk & Dierking, 2000; 2013). Σε αντίθεση με τις καθημερινές παραδοσιακές διδακτικές προσεγγίσεις, τα σχεδιασμένα περιβάλλοντα άτυπης μάθησης συχνά δημιουργούνται με ρητούς παιδαγωγικούς στόχους, συμπεριλαμβανομένης της υποστήριξης της μαθηματικής συλλογιστικής και της μάθησης (National Council Research, 2009). Εξαιτίας αυτού, τα σχεδιασμένα περιβάλλοντα άτυπης μάθησης μπορούν να προσφέρουν πλούσιες μαθηματικές ευκαιρίες μάθησης για οικογένειες και παιδιά που δεν είναι ευρέως διαθέσιμες στην άτυπη τάξη, συμπεριλαμβανομένων των μαθησιακών εμπειριών στα μαθηματικά μέσω κοινωνικής διαμεσολάβησης (Cooper, 2011 ; Wright & Parkes, 2015).

Αν και η βιβλιογραφία είναι περιορισμένη (Anderson & Thompson, 2001; Cooper, 2011), υπάρχει όλο και μεγαλύτερος αριθμός μελετών έρευνας και αξιολόγησης που παρέχουν αποδείξεις για τη μαθηματική σκέψη και μάθηση σε περιβάλλοντα άτυπης μάθησης. Υπάρχουν τεκμηριωμένα ερευνητικά στοιχεία ότι οι εκπαιδευτικές επισκέψεις στα κέντρα επιστημών συμβάλουν στην καλλιέργεια των μαθηματικών δεξιοτήτων των μαθητών, για παράδειγμα, ανάπτυξη αλγεβρικών συλλογισμών (Garibay Group, 2013; Pattison, 2011; Pattison, Ewing, & Frey, 2012; Rubin, Garibay, & Pattison, 2016), χωρικής λογικής ικανότητας (Danctep et.al, 2015; Nemirovsky & Gyllenhaal, 2006; Wright & Parkes, 2015). Τέλος, οι εκθέσεις μαθηματικών αποτελούν πλούσια περιβάλλοντα για συνδέσεις των μαθηματικών με εμπειρίες από την καθημερινή ζωή (Garibay Group, 2013a; Randi Korn & Associates, 2001; Vandermaas-Peeler, Massey, 2001).

Αν και τα επιστημονικά κέντρα και άλλα περιβάλλοντα άτυπης μάθησης δημιουργούν εξαιρετικές ευκαιρίες για κοινωνική μεσολάβηση (Astor-Jack, Whaley, Dierking, Perry & Garibay, 2007; NRC 2009; Pattison & Dierking, 2013) για να υποστηρίξουν τη

μάθηση κατά τη διάρκεια αυτών των εμπειριών, ωστόσο οι γονείς ή οι εκπαιδευτικοί, μπορεί να έχουν περιορισμένη κατανόηση της μαθηματικής λογικής ή των στρατηγικών για την προώθηση της μαθηματικής μάθησης, διότι λειτουργούν σε αντίθεση με τις σχολικές τάξεις, όπου η επιχειρηματολογία και η απόδειξη μπορεί να είναι σαφείς στόχοι και μέρος των καθιερωμένων κανόνων του μαθησιακού περιβάλλοντος (NRC 2005; Yackel & Cobb, 1996). Δεδομένης της σπουδαιότητας της μαθηματικής λογικής για την βελτίωση των επιδόσεων στο σχολείο (NRC, 2005), υπάρχει μια κρίσιμη ανάγκη να εξεταστούν αυτές οι προκλήσεις και να διερευνηθεί το δυναμικό των σχεδιασμένων άτυπων μαθησιακών περιβαλλόντων για τη στήριξη της μαθηματικής μάθησης.

Η επινόηση και εφαρμογή σύγχρονων ανοικτών εναλλακτικών μεθόδων και στόχων, κατάλληλων για την προσέγγιση και αξιοποίηση των πινάκων της έκθεσης παρέχουν τη δυνατότητα αντίστοιχου εμπλουτισμού των σχολικών εκπαιδευτικών μεθόδων. Έτσι, η σύνδεση των μαθηματικών γνώσεων των πινάκων με την ύλη του αναλυτικού προγράμματος μπορεί να λειτουργήσει και ως πρόκληση για τη σχολική εκπαίδευση, η οποία κάποιες φορές διακρίνεται για τον παραδοσιακό προσανατολισμό της, σε σχέση με τον οποίο, μεταξύ άλλων, μεγαλύτερη σημασία αποδίδεται στη διδακτέα ύλη από όσο στη μαθησιακή διαδικασία. Η ένταξη διερευνητικών προσεγγίσεων με την υλοποίηση δραστηριοτήτων, που έχουν σχεδιαστεί με βάση την μαθηματική σχολική γνώση της γεωμετρίας και ανάλογα με την θεματολογία του κάθε πίνακα, μπορούν να αποτελέσουν ένα χρήσιμο εργαλείο για την κινητοποίηση και την καλλιέργεια του ενδιαφέροντος των μαθητών για την μάθηση της γεωμετρίας. Η καλλιέργεια πνεύματος αναζήτησης, η προώθηση κλίσεων, η ενδυνάμωση ενδιαφερόντων, η εκμάθηση τρόπων οργάνωσης στρατηγικών και μεθόδων για την επίλυση προβληματικών καταστάσεων, η δυνατότητα επιλογής και σύνθεσης υλικού, η ανάπτυξη συνεργατικότητας και η άσκηση εποικοδομητικού και γόνιμου διαλόγου μεταξύ των μαθητών, αποτελούν παιδαγωγικούς και εκπαιδευτικούς στόχους που αφορούν όλους τους μαθητές, ανεξάρτητα από τις επιδόσεις τους.

Μεθοδολογία

Οι πίνακες ζωγραφικής της έκθεσης :

➤ Έχουν χωριστεί σε κατηγορίες (ομάδες) ανάλογα με τις γεωμετρικές γνώσεις του αναλυτικού προγράμματος σπουδών.

- Οι πίνακες Μαγικά Τετράγωνα
- Πίνακες που περιέχουν στοιχεία της θεωρίας αριθμών, της πυθαγόρειας φιλοσοφίας, συνδέσεις των μαθηματικών με την πραγματική ζωή
- Πίνακες που συνδέονται απόλυτα το πρόγραμμα σπουδών της γεωμετρίας
Ιδιότητες τετραπλεύρων/ Πυθαγόρειο Θεώρημα ,
Χαρακτηριστικά στοιχεία του κύκλου/ Μηνίσκοι
- Πίνακες με γεωμετρικές έννοιες που έχουν γίνει αντικείμενο μελέτης στην ιστορία των μαθηματικών , αλλά και έχουν αποτελέσει την βάση για νέες μαθηματικές ανακαλύψεις και συνδέσεις
Χρυσή τομή/ Φιμπονατσι/ Επαναλαμβανόμενα μοτίβα, γεωμετρική προσέγγιση του απείρου

➤ Σε κάθε κατηγορία υπάρχει η ανάλυση με τις εμπλεκόμενες γνώσεις και η σύνδεση με την διδακτέα ύλη, ώστε να είναι δυνατή η θεωρητική προσέγγιση και ανάκληση των γνώσεων αυτών ως προετοιμασία πριν την εκπαιδευτική επίσκεψη.

Για να επιτευχθεί ο στόχος της προετοιμασίας σε κάποιες κατηγορίες δίνονται δραστηριότητες μικροπειραμάτων και διαδραστικών εφαρμογών του ψηφιακού σχολείου που μπορούν να υλοποιηθούν ως δραστηριότητες πριν την εκπαιδευτική επίσκεψη. Αποτελεί την αφόρμηση και την κινητοποίηση του ενδιαφέροντος των μαθητών για την διερεύνηση των γεωμετρικών γνώσεων που σηματοδοτεί και την επαφή του με το σημαντικό ρόλο των μαθηματικών. Σε όποιες περιπτώσεις κρίνεται αναγκαίο απο τον εκπαιδευτικό, ανάλογα με το γνωστικό επίπεδο των μαθητών, η προετοιμασία περιλαμβάνει επανάληψη

προϋπάρχουσων μαθηματικών γνώσεων και μεθόδων της διδακτέας ύλης, οι οποίες συνδέονται άμεσα με την επόμενη φάση.

- Φύλλο δραστηριοτήτων περιέχει διερευνητικές ερωτήσεις και δραστηριότητες πάνω σε κάθε πίνακα. Οι μαθητές μέσα από την διερεύνηση και την ανακάλυψη αναλαμβάνουν ενεργό ρόλο με στόχο την σύνδεση των μαθηματικών με πραγματικές καταστάσεις που απορρέουν από τους πίνακες ζωγραφικής.
- Επέκταση για την υλοποίηση δραστηριοτήτων **μετά** την εκπαιδευτική επίσκεψη. Η ολοκλήρωση της εκπαιδευτικής επίσκεψης ανατροφοδοτείται και παίρνει κατάλληλες προεκτάσεις, ώστε οι μαθητές αξιοποιώντας τις γνώσεις και τις εμπειρίες και τις πληροφορίες που αποκόμισαν, αναλαμβάνουν να διεκπερώσουν ανοιχτά μαθηματικά προβλήματα και δημιουργικές δραστηριότητες σχετικά με τα θεματικές ενότητες του κάθε πίνακα.
- Από το φάσμα των δραστηριοτήτων για την εκπαιδευτική επίσκεψη, ο εκπαιδευτικός μπορεί να επιλέξει αν θα πραγματοποιηθούν όλες, ανάλογα με τον χρόνο που διατίθεται για την εκπαιδευτική επίσκεψη και γνωστικό των μαθητών της κάθε τάξης. *Ο εκπαιδευτικός είναι ο κύριος συντονιστής της διαδικασίας και ταυτόχρονα ο συνεργάτης, ο σύμβουλος, που αναλαμβάνει καθοδηγητικό ρόλο για την παροχή διευκρινίσεων ή οδηγιών στους μαθητές κατά την διάρκεια υλοποίησης των δραστηριοτήτων στο χώρο της έκθεσης.*
- Οι δραστηριότητες των φύλλων δραστηριοτήτων είναι **προσαρμοσμένες στην διδακτέα ύλη των Μαθηματικών Δημοτικού, Γυμνασίου και Λυκείου** που σημαίνει ότι ο εκπαιδευτικός έχει την δυνατότητα να επιλέξει ποια ή ποιες θα πραγματοποιηθούν και σε ποια τάξη καθώς αναφέρεται η αντίστοιχη με την διδακτική μαθηματική ενότητα της κάθε τάξης. Επιπλέον, να διευκρινιστεί ότι υπάρχει **ευελιξία διαχείρισης του χρόνου υλοποίησης. Αυτό σημαίνει θα μπορούσε ίσως για παράδειγμα να αποτελέσει και αντικείμενο μελέτης μίας σχολικής χρονιάς.**
- Με βάση το τελευταίο στάδιο **η σχέση Έκθεσης Μαθηματικών και σχολείου μετατρέπεται σε αμφίδρομη.** *Η εξόρμηση προς το χώρο της έκθεσης ξεκινά από την μαθηματική σχολική γνώση και ανοίγει δρόμους καλλιέργειας της προσωπικότητας των μαθητών. Όμως η έκθεση επιστρέφει και πάλι στο σχολείο, καθώς οι μαθητές ως αυριανοί πολίτες της σύγχρονης κοινωνίας, ωφείλουν να καταθέσουν και να παρουσιάσουν τα επιτεύγματα της μαθηματικής σκέψης μέσα από τις αναπαραστάσεις των πινάκων της έκθεσης.*

Σχεδιασμός δραστηριοτήτων για την αξιοποίηση της έκθεσης στην διδασκαλία των μαθηματικών

Οι δραστηριότητες έχουν σχεδιαστεί λαμβάνοντας υπόψη **τους σκοπούς των βιωματικών δράσεων** για το Γυμνάσιο σύμφωνα με τους οποίους επιδιώκεται μέσα από την ενεργό εμπλοκή των Μαθημάτων με τα αντικείμενα του υλικού πολιτισμού των Μουσείων : (α) να αναπτύξουν τις αναγκαίες στάσεις και κοινωνικές, μεταγνωστικές, αυτο-γνωσιακές, κιναισθητικές και μεθοδολογικές ικανότητες που απαιτεί η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση ("μαθαίνω πώς να μαθαίνω"), (β) να αξιοποιούν παλιές και νέες, προσωπικές και διαμεσολαβημένες εμπειρίες, για να κατανοούν σε βάθος τα θέματα που μελετούν, (γ) να αξιοποιούν τις νέες στάσεις, γνώσεις και ικανότητες, για να κάνουν στοχευμένες βελτιωτικές παρεμβάσεις στο προσωπικό τους πεδίο (στην αυτο-εκτίμηση, στις επιλογές και στη συμπεριφορά τους ως ατόμων, ως μελών τοπικών κοινοτήτων και ως υπεύθυνων πολιτών) και στα πεδία του, άμεσου και ευρύτερου, κοινωνικού, φυσικού και πολιτιστικού περιβάλλοντος και (δ) να συναρτούν τις μαθησιακές τους εμπειρίες με συναισθήματα δημιουργικότητας, χαράς και απόλαυσης ¹.

Από την άλλη η ένταξη δραστηριοτήτων για την γεωμετρική γνώση των πινάκων ζωγραφικής ανοίγει παράθυρα σύνδεσης της μαθηματικής γνώσης με τον πραγματικό κόσμο. Κατά αυτόν τον τρόπο αναδεικνύεται η σημασία και ο ρόλος της μαθηματικής γνώσης στην εξέλιξη και την διαμόρφωση των κοινωνικών δομών και ο μαθητής αντιλαμβάνεται ότι "οι μαθηματικές έννοιες, οι δομές και οι ιδέες έχουν εφευρεθεί ως εργαλεία για να οργανώσουν τα φαινόμενα του φυσικού, κοινωνικού και πνευματικού κόσμου" ².

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο σύνδεσης λαμβάνονται υπόψη και οι βασικές αρχές των Προγραμμάτων Σπουδών για τα Μαθηματικά, όπου επιδιώκουν την ανάπτυξη του μαθηματικού γραμματισμού που αφορά στην ικανότητα του ατόμου **να αναλύει, να**

¹ Εισήγηση του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (πράξη 31/17-09-2013 του Δ.Σ.)

⁵ Freudenthal, H., (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Mathematics Education Library. D. Reidel, Boston.

⁶ Εκπόνηση Προγραμμάτων Σπουδών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και οδηγών για τον εκπαιδευτικό «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων». Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά. Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο στο πλαίσιο υλοποίησης της Πράξης «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα) – Νέο πρόγραμμα σπουδών, στους Άξονες Προτεραιότητας 1,2,3, -Οριζόντια Πράξη», με κωδικό MIS 295450.

ερμηνεύει και να επεμβαίνει στο κοινωνικό του περιβάλλον και στον κόσμο γύρω του, χρησιμοποιώντας ως εργαλείο τα μαθηματικά και να αντιλαμβάνεται τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά για τη λήψη αποφάσεων στο κοινωνικό περιβάλλον³.

Αναγνώριση γεωμετρικών εννοιών και εφαρμογή υπολογιστικών μεθόδων πάνω στα ίδια τα αντικείμενα του υλικού πολιτισμού του κάθε Μουσείου, που στοχεύει στην καλλιέργεια και εξάσκηση ευελιξίας στον τρόπο της γεωμετρικής των μαθητών σκέψης, που θα χρησιμοποιήσουν ως εργαλείο για τη μελέτη και αιτιολόγηση ιδιοτήτων των γεωμετρικών σχημάτων.

Βιβλιογραφία

- Anderson, A. V., & Thompson, V. (2001). *Mathematics in science centers*. Washington, D.C.: Association of Science Technology Centers Inc.
- <http://www.astc.org/resource/education/mathinsciencecenters.htm>
- Astor-Jack, T., Whaley, K., Dierking, L. D., Perry, D., & Garibay, C. (2007). Understanding the complexities of socially-mediated learning. In J. H. Falk, L. D. Dierking, & S. Foutz (Eds.), *In principle, in practice: Museums as learning institutions* (pp. 217–228). Lanham: AltaMira Press.
- Cooper, S. (2011). An exploration of the potential for mathematical experiences in informal learning environments. *Visitor Studies*, 14(1), 48–65. <http://doi.org/10.1080/10645578.2011.557628>
- Danctep, T., Gutwill, J. P., & Sindorf, L. (2015). Comparing the visitor experience at immersive and tabletop exhibits. *Curator: The Museum Journal*, 58(4), 401–422.
- Eli Maor, E., Jost, E. (2013). *Beautiful Geometry*. Princeton, NJ, Princeton University Press, 2013, 208 pp. ISBN-13: 978-069-1150-99-4.
- Falk, J. H., & Dierking, L. D. (2000). *Learning from museums: Visitor experiences and the making of meaning*. Walnut Creek, CA: AltaMira Press.
- Falk, J. H., & Dierking, L. D. (2013). *The museum experience revisited*. Walnut Creek, CA: Left Coast Press.
- Hodder, I. (1991). *The Meanings of Things. Material Culture and Symbolic Expressions*, London, Routledge.
- Hooper-Greenhill, E. (2000). *Museums and the Interpretation of Visual Culture*, London, Routledge.
- Garibay Group. (2008). *Public audience front-end fesearch: Boys & Girls Club*. <https://www.omsi.edu/sites/default/files/Garibay2008.pdf>
- Garibay Group. (2013a). *Design Zone exhibition summative report*. Portland, OR: OMSI. http://informalscience.org/evaluation/ic-000-000-008-817/Design_Zone_Exhibition_Summative_Report
- Garibay Group. (2013b). *Design Zone professional development summative report*.
- National Research Council. (2009). *Learning science in informal environments: People, places, and pursuits*. Washington, DC: National Academies Press.
- Nemirovsky, R., & Gyllenhaal, E. D. (2006). Handling Calculus: Graphing motion to understand math. *ASTC Dimensions*, January/February, 13–14.
- Pearce, S. (1989). *Museum Studies in Material Culture*, Leicester, Leicester University Press
- Pearce, S. (ed.) (1994). *Interpreting Objects and Collections*, London, Routledge
- Pattison, S. A. (2011). *Access Algebra staff facilitation: A formative evaluation report*. <http://www.omsi.edu/sites/all/FTP/files/evaluation/algebrastafffacilitation.pdf>
- Pattison, S. A., Ewing, S., & Frey, A. K. (2012). Testing the impact of a computer guide on visitor learning behaviors at an interactive exhibit. *Visitor Studies*, 15(2), 171–185. <http://doi.org/10.1080/10645578.2012.715010>
- Randi Korn & Associates. (2001). *Go Figure! summative evaluation*. <http://www.informalscience.org/go-figure-summative-evaluation>.
- Rubin, A., Garibay, C., & Pattison, S. A. (2016). *Algebraic thinking in an interactive mathematics exhibition*. Manuscript in preparation.
- Vandermaas-Peeler, M., Massey, K., & Kendall, A. (2015). Parent guidance of young children’s scientific and mathematical reasoning in a science museum. *Early Childhood Education Journal*. <http://doi.org/10.1007/s10643-015-0714-5>
- Wright, T., & Parkes, A. (2015). Exploring connections between physical and mathematical knowledge in science museums. *Informal Learning Review*, March/April, 16–21.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477. <http://doi.org/10.2307/749877>

