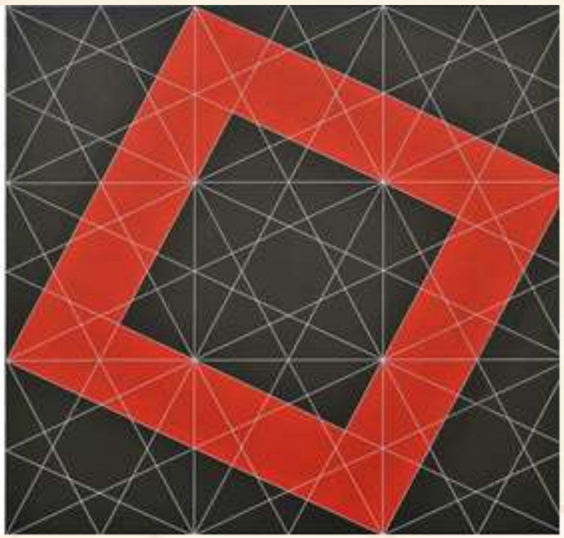
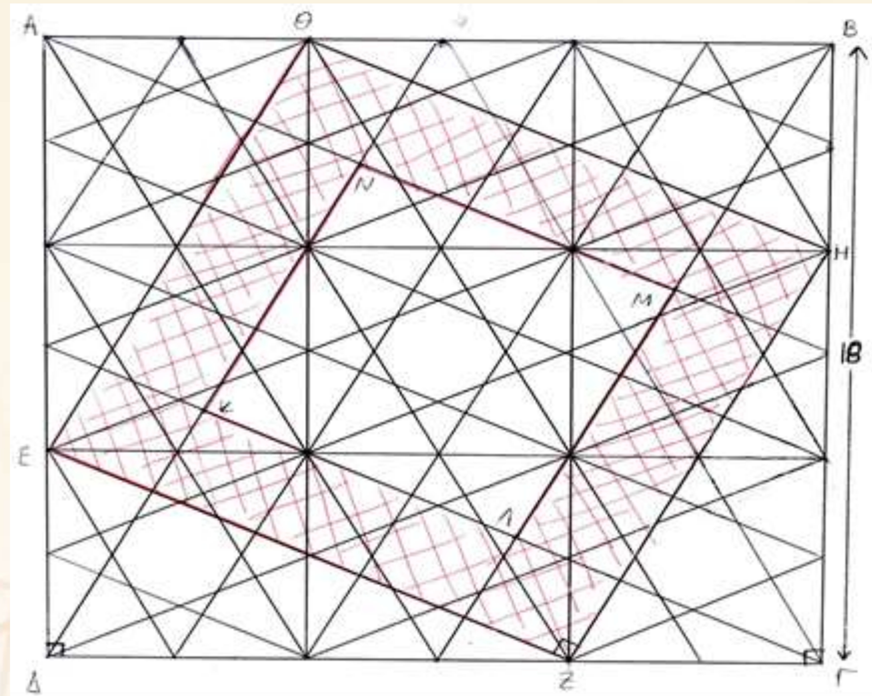
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΕΧΝΗ
Β ΜΕΡΟΣ

Αργύρη Παναγιώτα
Μαθηματικός Ευαγγελική Σχολή Σμύρνης
Πρέσβειρα Scientix

SCIENTIX
The community for science education in Europe




A
Θ
B
N
H
M
18
K
E
Λ
Δ
Z
Γ

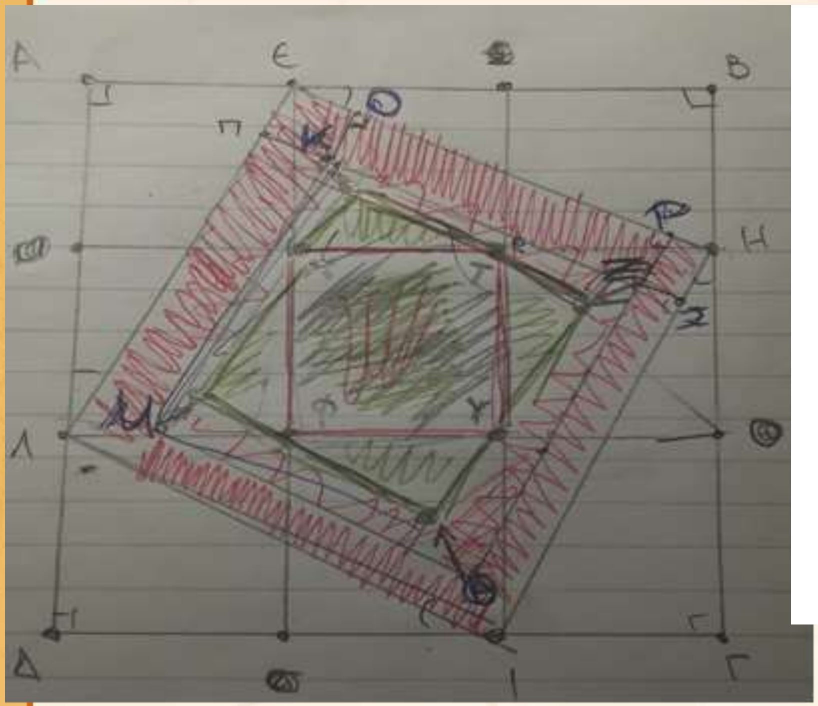
<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑ:</u> Αν η πλευρά του πίνακα είναι 18, να βρεθεί ποιο ποσοστό του πίνακα καλύπτει το κόκκινο σκιασμένο εμβαδόν.

Αφού **ΑΔ=18** και **ΔΕ=**$\frac{1}{3}$ **ΑΔ**, θα ισχύει ότι **ΔΕ=6**. Επίσης αφού **ΔΓ=18** και

ΔΖ=$\frac{2}{3}$ **ΔΓ**, ισχύει ότι **ΔΖ=12**. Άρα εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο **ΔΕΖ**, έχουμε ότι **ΕΖ=**$\sqrt{\mathrm{E\Delta}^2+\Delta\mathrm{Z}^2}=\sqrt{6^2+12^2}=\sqrt{36+144}=\sqrt{180}=2\sqrt{45}$.

Τα τρίγωνα **ΕΔΖ, ΖΓΗ** έχουν **ΕΔ=ΖΓ=6, ΔΖ=ΓΗ=12** και είναι ορθογώνια, άρα θα είναι ίσα. Άρα **<u>ΕΖ=ΖΗ</u>** και επίσης οι γωνίες **ΕΖΔ+ΓΖΗ=ΖΗΓ+ΓΖΗ=90.** Άρα και η γωνία **ΕΖΗ=180-90=90**. Συμμετρικά δείχνουμε και ότι **ΕΖ=ΖΗ=ΗΘ=ΕΘ** και ότι όλες οι γωνίες **ΕΖΗΘ** είναι ορθές. Άρα το **ΕΖΗΘ** θα είναι τετράγωνο. Συνεπώς το εμβαδόν του τετραγώνου **ΕΖΗΘ=**$\mathrm{EZ}^2=(2\sqrt{45})^2$ **=180**. Όμως για να βρούμε το εμβαδόν της κόκκινης επιφάνειας πρέπει να αφαιρέσουμε και το εμβαδόν του **ΚΛΜΝ**. Με παρόμοιο τρόπο με πριν δείχνουμε πως και το **ΚΛΜΝ** είναι τετράγωνο. Από το σχήμα παρατηρούμε ότι $\mathrm{K\Lambda}=\frac{3}{5}\mathrm{EZ}$. Άρα **ΚΛ=**$\frac{3}{5}2\sqrt{45}=\frac{6}{5}\sqrt{45}$. Άρα

(ΚΛΜΝ)=$\mathrm{K\Lambda}^2=(\frac{6}{5}\sqrt{45})^2=\frac{36}{25}45=64,8$. Άρα το κόκκινο εμβαδόν θα είναι **(ΕΖΗΘ)-(ΚΛΜΝ)=180-64,8=115,2**. Άρα ο λόγος του κόκκινου χωρίου προς όλο το τετράγωνο θα είναι ίσος με $\frac{115,2}{18^2}$ **=0,35=35%**



ΠΡΟΒΛΗΜΑ: Σε ένα οικοδομικό τετράγωνο [ΑΒΓΔ], βρίσκεται το κτήριο της Μαθηματικής Εταιρείας [ΧΤΥΦ]. Γύρω από το κτήριο βρίσκεται ένας κύπος [ΕΛΙΗ].Δίνεταιότι 2ΑΕ=ΕΒ, 2ΒΗ=ΗΓ, 2ΓΙ=ΙΔ, 2ΔΛ=ΛΑ και γωνία ΑΛΕ= γωνία ΛΙΔ= γωνία ΙΗΓ= γωνία ΒΕΗ

I. Να αποδείξετε ότι ΕΛΙΗ είναι τετράγωνο.
II. Να βρεθεί το (ΚΖΘΜ).
III. Να βρεθεί το (ΧΤΥΦ).

ΔΕΔΟΜΕΝΑ

ΟΚ= $\frac{\alpha}{2}$, 2ΑΕ=ΕΒ, 2ΒΗ=ΗΓ, 2ΓΙ=ΙΔ, 2ΔΛ=ΛΑ, 2ΜΦ=ΦΘ (1), 2ΘΥ=ΥΖ (2), 2ΖΤ=ΤΚ (3), 2ΚΧ=ΧΜ (4),

ΧΦΥΤ: τετράγωνο (5), ΑΒΓΔ: τετράγωνο, ΚΖΘΜ: τετράγωνο (6),

ΟΚ=ΟΠ=ΖΡ=ΖΣ, γωνία ΑΛΕ= γωνία ΛΙΔ= γωνία ΙΗΓ= γωνία ΒΕΗ, ΑΒ=3$\sqrt{\alpha}$

ΛΥΣΗ

ΑΒ=3$\sqrt{\alpha}$ ⇒ΛΙ=5α (από Πυθαγόρειο Θεώρημα) και αφόυ ΑΒΓΔ τετράγωνο⇒ΛΙ=ΗΙ=ΗΕ=ΕΛ

Άρα ΜΘ=ΛΙ-2ΟΚ⇔ΜΘ=5α- 2$\frac{\alpha}{2}$= 4α

Αφού ΜΘΖΚ: τετράγωνο, τα τρίγων ΜΦΧ, ΦΘΥ, ΥΙΖ, ΚΧΤ θα είναι ίσα καθώς έχουν τρείς ίσες πλευρές (από (1),(2),(3),(4),(5),(6))

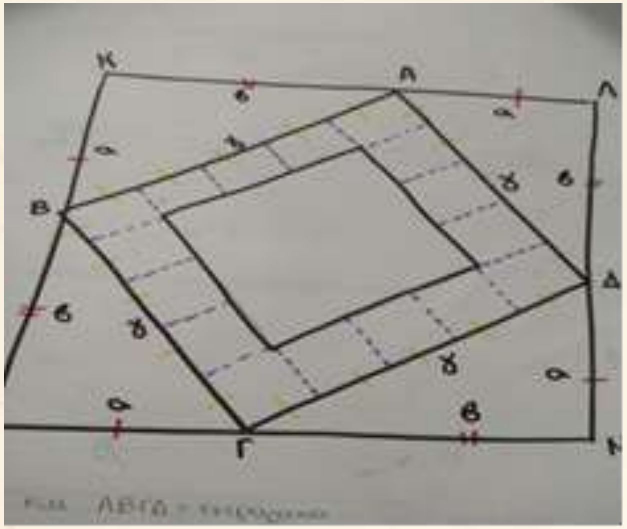
Άρα $X\Phi^2 \simeq 1{,}6\alpha^2 + 2{,}3\alpha^2$

$\Leftrightarrow X\Phi^2 \simeq 15{,}3\alpha^2$

$\Leftrightarrow X\Phi \simeq \sqrt{15{,}3\alpha^2}$

$\Leftrightarrow X\Phi \simeq 3{,}9\alpha$

Άρα (ΧΦΥΤ)$\simeq 15{,}3\alpha^2$

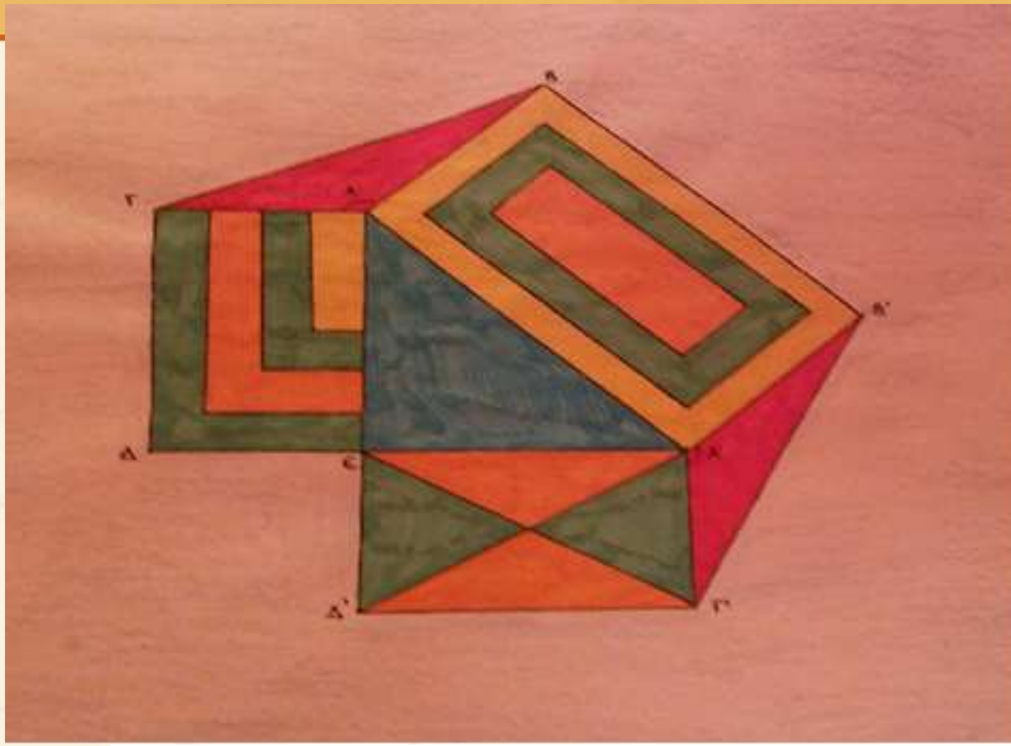


ΠΡΟΒΛΗΜΑ: Έστω ΚΛΜΝ τετράγωνο. ΑΛ=α και ΚΑ=β και ΑΒ=γ

Αν $\alpha=[(-2)^2-2^0-3^0+1]+1^0$ και $\beta=2\alpha$

1.Να αποδείξετε ότι γ είναι άρρητος. Τι συμπαιρενετε για την γεωμετρική κατασκευή του τετραγώνου ΑΒΓΔ ;

2. Να βρείτε το εμβαδόν του ΒΝΓ και να αιτιολογησετε γιατί ΚΑΒ,ΑΛΔ,ΔΜΓ και ΒΝΓ είναι ίσα

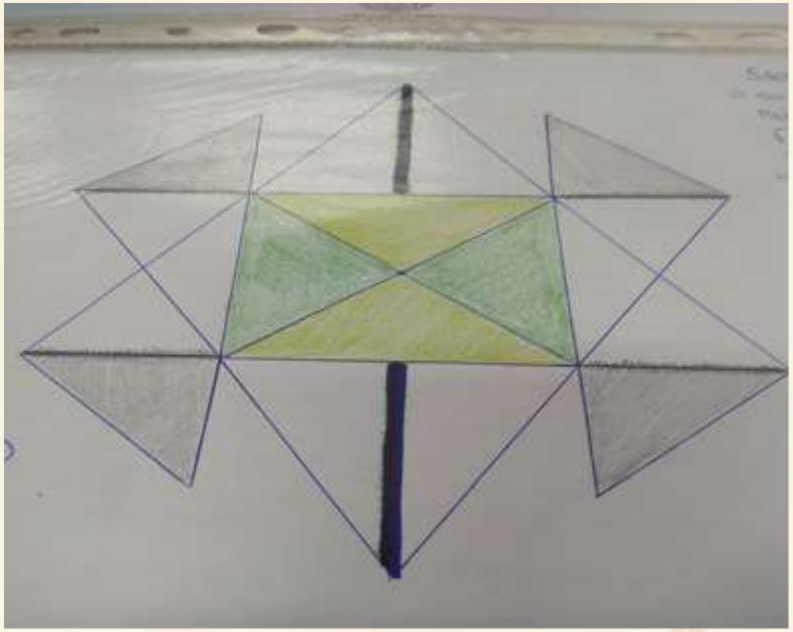


ΠΡΟΒΛΗΜΑ: Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται το σχέδιο που δημιούργησε ο μικρός Ορφέας για το μάθημα των Καλλιτεχνικών και αποτελείται από ένα ορθογώνιο τρίγωνο με ίσες κάθετες, τρία ορθογώνια παραλληλόγραμμα και δύο αμβλυγώνια. Γνωρίζοντας τα παραπάνω και ότι Α>=Α’>, να αποδείξετε ότι τα αμβλυγώνια είναι ίσα.

ΛΥΣΗ:

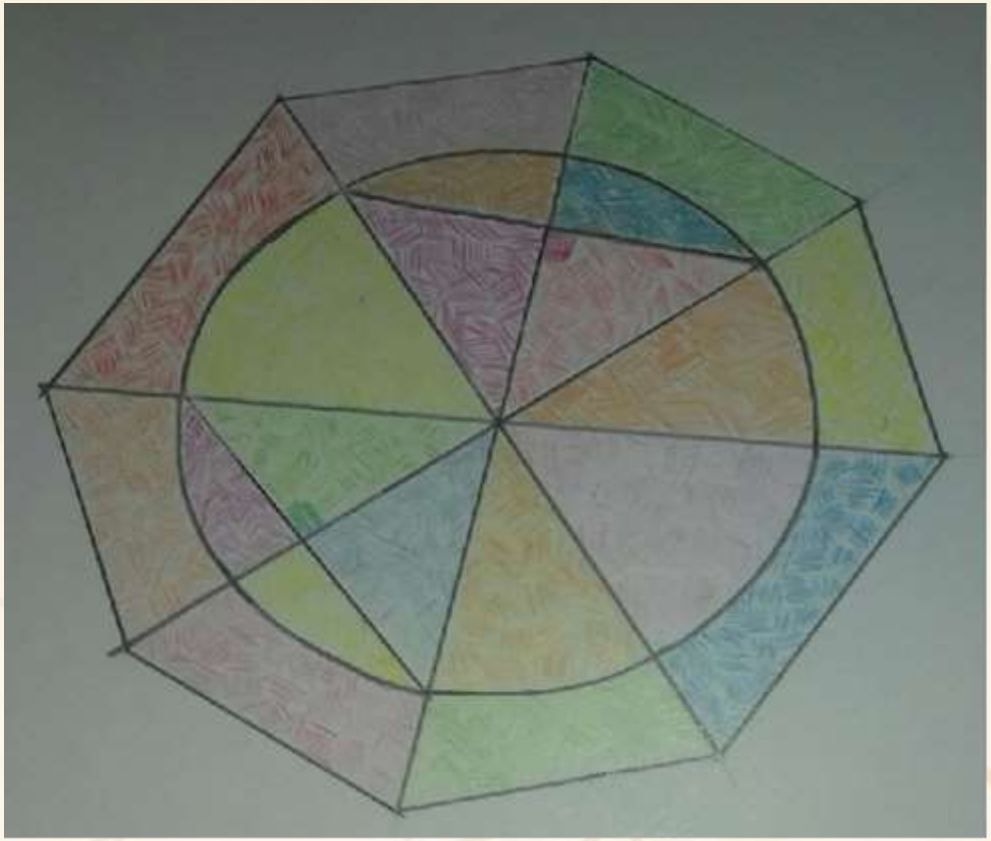
Έχουμε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ= Α’Β’Γ’ διότι:

1) ΑΒ=Α’Β’ διότι είναι παράλληλες στο ίδιο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο
2) Α>= Α’>
3) ΑΓ=Α’Γ’ (αποδεικνύουμε ότι τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα είναι ίσα φέρνοντας τις διαγωνίους ΑΔ, Α’Δ’)



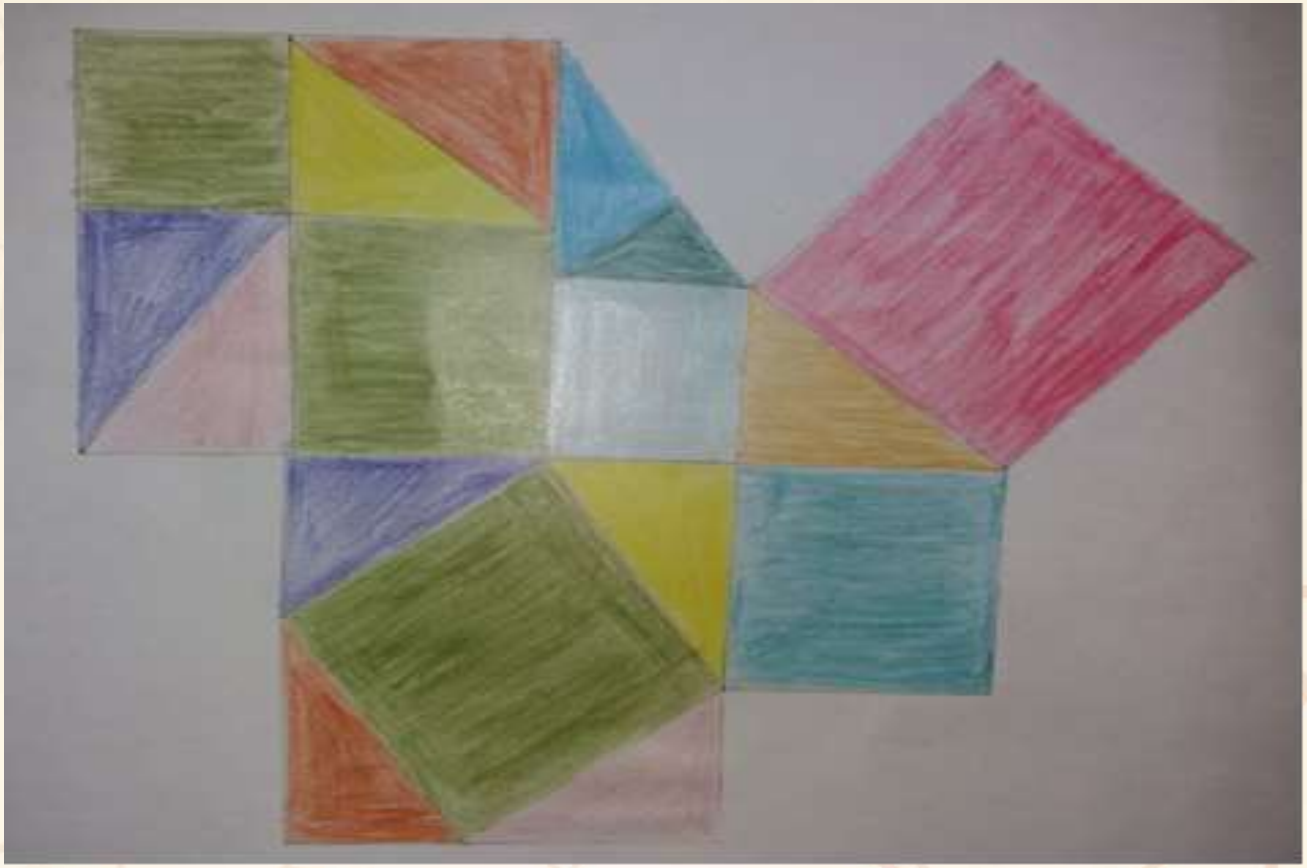
ΠΡΟΒΛΗΜΑ α) αν γνωρίζετε ότι η διαγώνιος του πράσινου ορθογωνίου παραλληλογράμου ισούται με √4 να βρείτε τις πλευρές του τετραγώνου

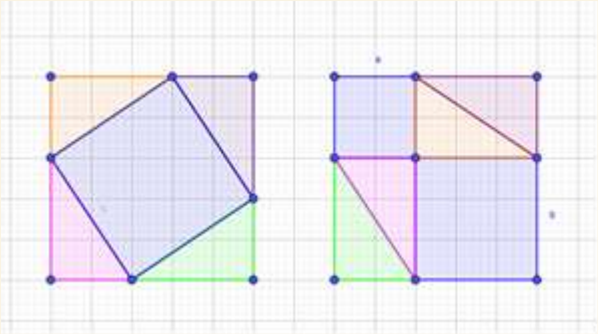
β) αν ισχύει ότι οι γραμμοσκιασμένες πλευρές ισούνται με το μισό της πλευράς του τετραγώνου, να βρείτε τα μήκη όλων των άλλων πλευρών (δίνεται επίσης ότι η μπλε παχιά γραμμή ισούται με √6/2).



ΠΡΟΤΑΣΗ:
Δυο χορδές είναι ίσες αν και μόνο αν τα αποστήματά τους είναι ίσα.

Απόδειξη Πυθαγορείου Θεωρήματος





Στο σχήμα 1 βλέπουμε 1 τετράγωνο πλευράς c και 4 ορθογώνια τρίγωνα πλευρών a,b. Το εμβαδό του τετραγώνου είναι ίσο με c^2

Στο σχήμα 2 έχουμε τα ίδια 4 ορθογώνια τρίγωνα και 2 μικρότερα τετράγωνα συνολικού εμβαδού a^2+b^2

Αφού τα 4 ορθογώνια τρίγωνα παραμένουν ίδια προκύπτει ότι $a^2+b^2= c^2$

Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με τη γωνία Γ ίση με 90°. Έχουμε ότι ΓΗ ύψος του τριγώνου ΑΒΓ. Το τρίγωνο ΑΓΗ είναι όμοιο με το τρίγωνο ΑΒΓ, αφού και τα δύο είναι ορθογώνια (ΓΗ ύψος) και έχουν κοινή τη γωνία Α. Όμοια, το τρίγωνο ΓΒΗ είναι επίσης όμοιο με το ΑΒΓ.

Άρα επειδή ο λόγος δύο αντίστοιχων πλευρών δύο όμοιων τριγώνων είναι αταθερός προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\frac{B\Gamma}{AB} = \frac{BH}{B\Gamma} \;\; \kappa\alpha\iota \; \frac{A\Gamma}{AB} = \frac{AH}{A\Gamma}$$

Άρα $B\Gamma^2 = AB\ BH$ και $A\Gamma^2 = AB\ AH$

Άρα $B\Gamma^2 + A\Gamma^2 = AB\ BH + AB\ AH$

Άρα $B\Gamma^2 + A\Gamma^2 = AB(HB + AH)$

Άρα $B\Gamma^2 + A\Gamma^2 = AB^2$